

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

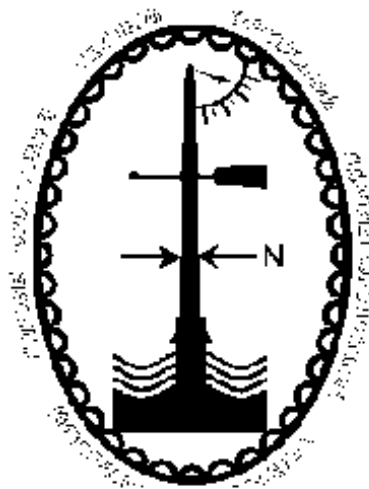
Харківський гідрометеорологічний технікум  
Одеського державного екологічного університету

Печеневська О.О.

# ***КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ***

з предмету

«ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ»



Харків 2017

# ЛЕКЦІЯ № 1

## Вступ.

### План:

1. Історія розвитку теоретичної електротехніки.
2. Мета та задачі предмету ТОЕ.
3. Отримання, передача та розподіл електроенергії.

### *1. Історія розвитку теоретичної електротехніки.*

Теоретична електротехніка в Росії й СРСР розвивалася на основі визнання матеріальності електромагнітного поля й важливості розуміння картини протікання розглянутих фізичних процесів для їхнього практичного використання й опису у вигляді математичних моделей. Розвиток цієї школи протягом ХХ сторіччя відрізняється освоєнням досягнень в областях, головним чином, фізики електромагнітних явищ і прикладної математики. Характерним для цього періоду для вчених Росії й СРСР варто вважати практичну неподільність досліджень фізичних явищ, розробки моделей цих явищ і рішення прикладних завдань, пов'язаних з розрахунком досліджуваних фізичних величин.

Перші праці в області електрики в Росії належать геніальному російському вченому академікові М. В. Ломоносову. М. В. Ломоносов, що створив у різних галузях науки багато чудових праць, присвятив велику кількість робіт вивченню електрики. У своїх теоретичних дослідженнях він висував положення, які значно випереджали його епоху, і ставив проблеми виняткової глибини. Так, за його пропозицією в 1755 р. Академія наук висунула як конкурсну тему на премію завдання «знайти справжню електричної сили причину й скласти точну її теорію».

Сучасником М. В. Ломоносова був російський академік Ф. Эпинус. Йому належить пріоритет відкриття термоелектричних явищ й явища електростатичної індукції. Особливо слід зазначити зроблену їм в 1758 р. в Академії наук доповідь на тему «Мова про споріднення електричної сили й магнетизму».

У наш час нам добре відомо, що між електричними й магнітними явищами існує нерозривний зв'язок, і це положення лежить в основі сучасного вчення про електромагнітні явища. Однак до такого переконання наукова думка прийшла лише в підсумку тривалого накопичення дослідних фактів, і протягом довгого часу явища електричні і явища магнітні розглядалися як самостійні, що не мають між собою зв'язку. Перший докладний науковий твір про магнітні й електричні явища, що належить Гільберту, вийшло в 1600 р. У цій праці Гільберт прийшов, однак, до неправильного висновку, що електричні й магнітні явища не мають між собою зв'язку.

Розкриття дійсної природи магнітних явищ відноситься до початку позаминого століття. Цей період знаменується рядом значних відкриттів, які встановлюють тісний зв'язок між електричними та магнітними явищами.

В 1820 р. Ерстед зробив досвіди, у яких виявив механічний вплив електричного струму на магнітну стрілку.

В 1820 р. Ампер показав, що соленоїд зі струмом по своїх діях аналогічний магніту, і висловив думку, що й для постійного магніту дійсною причиною виникнення магнітних дій є також електричні струми, що замикаються по деяких елементарних контурах усередині тіла магніту. Зокрема, ці елементарні струми є результатом обертання електронів навколо своїх осей, а також обертання електронів по орбітах в атомах.

Всіма згаданими дослідженнями було встановлено найважливіше положення, що рух електричних заряджених часток і тіл завжди супроводжується магнітними явищами. Цим самим вже було показано, що магнітні явища не являють собою, як думав Гільберт, чого-небудь самостійного, ніяк не пов'язаного з явищами електричними. В 1831 р. Фарадей повідомив про відкриття явища електромагнітної індукції.

В 1833 р. російський академік Э. Х. Ленц уперше сформулював надзвичайно важливе положення, у якому встановлювалися спільність й оборотність явищ, відкритих Ерстедом і Фарадеєм. У цьому положенні втримувалася основа важливого принципу оборотності електричних машин. Э. Х. Ленц установив правило визначення напрямку індукційного струму, що виражає фундаментальний принцип електродинаміки - принцип електромагнітної інерції.

Заслуга створення теорії електромагнітного поля належить Максвеллу, що виклав її в класичній праці «Трактат про електрику й магнетизм», що вийшов в 1873 р.

Експериментальне підтвердження й розвиток максвеллової теорії електромагнітного поля здійснені Герцом (1886-1889 р.) у його чудових дослідах по одержанню й поширенню електромагнітних хвиль, у роботах П. Н. Лебедева (1895 р.) по генеруванню й поширенню електромагнітних хвиль досить короткої довжини, у його класичних дослідах (1900-1910 р.), у яких був експериментально доведений тиск світла, у винаході радіо А. С. Поповим (1895 р.) і в здійсненні ім. радіозв'язку, а також у всьому подальшому розвитку практичної й теоретичної радіотехніки.

Всі перераховані відкриття привели до визнання глибокого зв'язку між явищами електричними і явищами магнітними. У загальній сукупності теоретичних проблем, що ставляться до області електромагнітних явищ, все більший розвиток одержує теорія електричних і магнітних кіл. В основі теорії електричних кіл лежать закони, установлені Омом (1827 р.), Джоулем (1841 р.), Ленцем (1842 р.) і Кірхгофом (1847 р.). У подальший розвиток цієї теорії великий внесок внесли багато вітчизняних і закордонних учених.

У наш час у зв'язку з надзвичайним ускладненням електроенергетичних систем, радіотехнічної й електровиміральної апаратур, систем автоматичного контролю й керування, швидкодіючих електронних обчислювальних машин й інформаційних технологій виникає необхідність створення узагальнених методів аналізу, при яких цілі комплекси елементів електричного кола, що є частинами цих складних систем і виконуючі певні функції, розглядаються за допомогою їхніх узагальнених параметрів. Такими комплексами елементів кола є, наприклад, ті пристрої, що генерують, передають або перетворюють електромагнітну енергію в електроенергетичних системах, генератори, підсилювачі й перетворювачі сигналів у системах провідного зв'язку, радіо- і телепередачі, електричних вимірів й автоматичного керування й контролю, блоки, що виконують логічні операції в електронних обчислювальних машинах, дискретні цифрові перетворювачі й т.п.

Ці окремі комплекси містять у собі лінійні елементи кола, параметри яких не залежать від струму, наприклад резистори, індуктивні котушки, конденсатори, а також нелінійні елементи ланцюга з параметрами, що залежать від струму або напруги, наприклад електронні лампи, транзистори, індуктивні котушки з феромагнітними сердечниками. Ці елементи кола різним чином з'єднані між собою й утворюють уже усередині таких комплексів досить складні електричні кола. Самі ж комплекси, у свою чергу, тим або іншим способом з'єднуються між собою, утворюючи складні системи.

Узагальнені методи аналізу складних систем дають можливість досліджувати взаємодія цих окремих комплексів, що є частинами системи. Вихідними для побудови таких узагальнених методів є ті ж основні фізичні закони електричних кіл - закони Ома й Кірхгофа, які використовуються й для розрахунку порівняно нескладних електричних кіл.

Точно так само одержує подальший розвиток теорія електромагнітного поля у зв'язку з розвитком наземного й космічного радіозв'язку й радіоастрономії, а також з усе більше широким використанням електричних і магнітних полів й електромагнітних випромінювань у нових електротехнологічних й електрофізичних установках.

Все викладене пред'являло завжди й особливо пред'являє в цей час вимоги до організації на високому науковому рівні вищої електротехнічної освіти.

## 2. Мета та задачі предмету ТОВ.

З усіх видів енергії в теперішній час широко використовують електромагнітну енергію, яку на практиці називають електричною.

**Енергія** – це кількісна міра руху і взаємодії усіх форм матерії. Для будь-якого виду енергії можна назвати матеріальний об'єкт, який називають **носієм**.

**Носієм електричної енергії** є особлива форма матерії – електромагнітне поле, головна особливість якого полягає в тому, що воно надає силовій дії на електрично заряджені частинки, в залежності від їх швидкості та величини заряду.

Ця властивість ЕМП є основою зв'язаних між собою електричних та магнітних явищ (взаємодії електрично заряджених або намагнічених тіл, електричного струму, електромагнітної індукції та ін.).

**Використанням цих явищ для отримання, передачі та перетворення електричної енергії займається електротехніка.**

Застосування електромагнітного поля і його енергії для передачі інформації без дротів – задача радіотехніки.

### *3. Отримання, передача та розподіл електроенергії.*

Електричну енергію можна отримати з інших видів енергії безпосередньо або шляхом проміжних перетворень. Для цього використовують природні енергетичні ресурси – річки та водоспади, океанські припливи, органічне паливо, ядерне паливо, сонячну радіацію, вітер, геотермальні джерела.

#### ***Отримання електричної енергії:***

1. З механічної енергії (енергія руху води, вітру).
2. З теплової енергії.
3. З сонячної енергії.
4. З атомної енергії.

#### ***Застосування електричної енергії:***

1. Перетворення електричної енергії в механічну (транспорт, промисловість).
2. Перетворення електричної енергії в хімічну і теплову (електроліз, електротермічна обробка матеріалів)
3. Перетворення електричної енергії в світлову.
4. Радіотехніка та електроніка.

#### ***Передача електричної енергії:***

1. За допомогою ліній електропередачі (дріт).
2. Без дротяним способом (радіотехніка, радіолокація) із значними втратами, а звідси – лише для передачі інформації.

## ЛЕКЦІЯ № 2

### Електростатичне поле.

План:

1. Електричне поле та його характеристики: напруженість, потенціал, напруга.
2. Закон Кулона.
3. Теорема Остроградського – Гауса.

*Електричним полем називається особлива форма матерії, в якій відбувається взаємодія електричних зарядів.*

#### **Основні характеристики електричного поля**

Електричне поле характеризується потенціалом, напругою і напруженістю.

*Потенціал ( $\varphi$ ) є енергетичною характеристикою електричного поля. Взаємодія електричних зарядів відбувається саме тому, що електричне поле пов'язано з енергією. В електричному полі завжди можна знайти точку, потенціальну енергію якої відносно інших точок можна вважати такою, що дорівнює нулю. Таку точку називають нульовою.*

*Потенціалом даної точки електричного поля називають фізичну величину, що характеризує потенціальну енергію в цій точці і чисельно дорівнює роботі, яку необхідно виконати для переміщення одиниці позитивного заряду з цієї точки в нульову. Потенціал визначається за формулою:*

$$\varphi = W / Q$$

де  $\varphi$  – потенціал даної точки, В;  $W$  – потенціальна енергія в точці поля або виконана робота,  $W = A$ , Дж;  $Q$  – електричний заряд в даній точці, Кл;

$$В = \text{Кл} / \text{Дж}.$$

Потенціал може бути позитивним, якщо поле утворено позитивним зарядом, і негативним, якщо поле утворено негативним зарядом.

Напругою ( $U$ ) називається різниця потенціалів між двома точками електричного поля:

$$U = \varphi_A - \varphi_B$$

де  $U$  – напруга, В;  $\varphi_A$ ,  $\varphi_B$  – потенціали відповідно в точках А і В.

Напруга між двома точками електричного поля дорівнює роботі, яку треба виконати для переміщення позитивного заряду між цими точками:

$$U = A / Q.$$

Напруга дорівнює одному вольту, якщо при переміщенні заряду в один кулон з однієї точки в другу виконується робота в один джоуль.

Робота, яку необхідно здійснити для переміщення електричних зарядів в електричному полі визначається по формулі:

$$A = U Q.$$

Як бачимо, робота, виконана по переміщенню електричного заряду, залежить від його величини і напруги між точками і не залежить від шляху переміщення заряду.

*Напруженістю електричного поля називається фізична величина, що діє на одиничний позитивний заряд, внесений в дану точку поля. Напруженість електричного поля ( $E$ ) чисельно дорівнює силі, яка діє на одиничний позитивний заряд:*

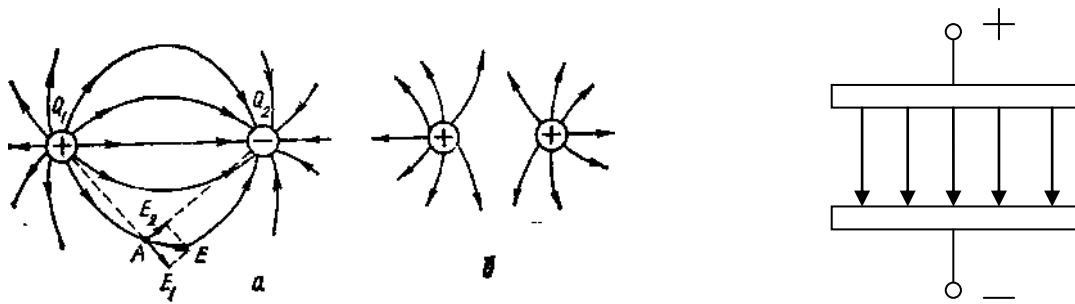
$$E = F / Q$$

де  $E$  – напруженість електричного поля;  $F$  – електрична сила;  $Q$  – електричний заряд.

Одиницею напруженості є вольт на метр:

$$E = \frac{F}{Q} = \frac{H}{\text{Кл}} = \frac{H \cdot m}{\text{Кл} \cdot m} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл} \cdot m} = \frac{В \cdot \text{Кл}}{\text{Кл} \cdot m} = \frac{В}{m}.$$

Електричне поле графічно зображається лініями напруженості електричного поля. Лінія напруженості електричного поля починається на позитивному заряді і закінчується на негативному заряді, таким чином вона є незамкненою (мал. 2.1)



Мал. 2.1.

Якщо в точках електричного поля електричні силові лінії мають однакову густоту, тобто однакову напруженість, то воно називається **однорідним**, а якщо густота електричних силових ліній в різних точках поля не однакова, то воно називається **неоднорідним**.

Взаємодія електричних зарядів відбувається у матеріальному середовищі і навколо зарядів. Якщо в середовище внести електричний заряд, то воно зміниться, в усіх його точках діятимуть електричні сили  $F$  на кожен заряд, внесений у будь-яку точку цього середовища. Сила дії пропорційна величині електричного заряду.

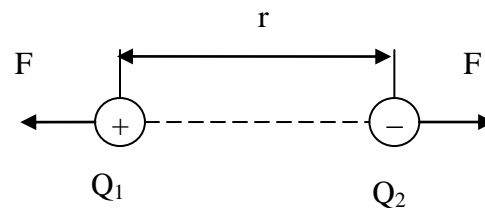
*Електричне поле нерухомих заряджених тіл з незмінними у часі зарядами називається електростатичним полем.*

Французький вчений Ш. Кулон у 1785 р. визначив силу взаємодії двох наелектризованих тіл.

Якщо вважати, що лінійні розміри тіл нескінченно малі, тобто взаємодіють точкові заряджені тіла (мал. 2.2), то закон Кулона формулюється так:

*Сила взаємодії між двома точковими зарядженими тілами прямо пропорційна добутку зарядів цих тіл і обернено пропорційна квадрату відстані між ними:*

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4 \pi \epsilon \epsilon_0 r^2}$$



Мал. 2.2

де  $F$  – електрична сила, Н;  $Q_1, Q_2$  – електричні заряди, Кл;  $r$  – відстань між зарядженими тілами, м;  $\epsilon_0$  – електрична стала,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м;  $\epsilon$  – відносна діелектрична проникність, задається таблично.

*Добуток  $\epsilon \epsilon_0 = \epsilon_a$  характеризує вплив середовища на силу взаємодії між зарядами і називається абсолютною діелектричною проникністю середовища.*

З закону Кулона випливає, що напруженість електричного поля точкового зарядженого тіла

$$E = \frac{F}{Q_0} = \frac{Q}{4 \pi \epsilon \epsilon_0 r^2}$$

В кожній точці простору, який оточує заряджені тіла, електричне поле одного тіла накладається на поле іншого тіла.

Для визначення загальної напруженості потрібно знайти величину і напрям вектора напруженості кожної з складових полів та додати ці вектори:

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$$

Принцип накладання дійсний і при визначенні потенціалу в деякій точці результуючого поля. Але потенціали додаються алгебраїчно, так як вони є скалярними величинами.

В практиці частіше зустрічаються випадки, коли заряд тіла розподілений по його поверхні з деякою густиною. В таких випадках при розрахунку електричних полів застосовують **теорему Гауса**: *потік вектора напруженості електричного поля крізь замкнуту поверхню в вакуумі дорівнює відношенню електричного заряду, який знаходиться всередині цієї поверхні, до електричної сталої.*

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q$$

## ЛЕКЦІЯ № 3

### Електрична ємність.

План:

1. Електрична ємність.
2. Електростатичні кола: послідовне, паралельне, сумісне з'єднання конденсаторів.
3. Розрахунок еквівалентної ємності.
4. Енергія електричного поля.

Провідник, який дістав електричний заряд, стає джерелом електричного поля. При зміні електричного заряду провідника здійснюється певна робота, а тому й енергетична характеристика провідника (потенціал) змінюється.

Властивість провідника накопичувати електричний заряд залежить від розмірів і форми його поверхні та від середовища, в якому знаходиться провідник. Ця залежність виражається за допомогою поняття електричної ємності  $C$ .

**Електрична ємність – це фізична величина, яка характеризує здатність провідника накопичувати електричний заряд при зміні потенціалу на один вольт.** Чисельно вона дорівнює відношенню заряду провідника до його потенціалу:

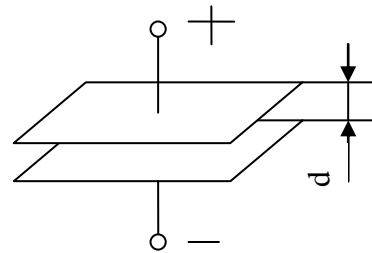
$$C = Q / \varphi \quad [\Phi]$$

Для утворення електричної ємності застосовують конденсатори. Конденсатор у найпростішому вигляді є системою двох паралельних металевих пластин, відокремлених шаром діелектрика, можливо й повітрям (мал. 3.1).

Такий конденсатор називається плоским, а його електрична ємність визначається так:

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{Q}{U}$$

де  $C$  – ємність конденсатора, Ф;  $Q$  – заряд конденсатора, Кл;  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  – потенціали пластин,  $U$  – різниця потенціалів, В.



Мал. 3.1.

У зарядженому конденсаторі електричні силові лінії починаються на пластині з позитивним зарядом і закінчуються на пластині з негативним зарядом. Електричне поле майже повністю зосереджено між пластинами. Зовнішні тіла й поля на нього не діють. Одиниця електричної ємності:

$$\Phi = \text{Кл} / \text{В}$$

*Електрична ємність конденсатора дорівнює одному фараду, якщо при наданні йому заряду в один кулон напруга між пластинами збільшиться на один вольт.*

Фарад дуже велика одиниця, тому застосовують мікрофарад (мкФ), пікофарад (пФ).

Електрична ємність плоских конденсаторів визначається формулою:

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$$

де  $C$  – ємність конденсатора, Ф;  $\epsilon$  – діелектрична проникність діелектрика, Ф/м;  $S$  – площа однієї пластини,  $\text{м}^2$ ;  $d$  – відстань між пластинами, м.

Електрична ємність конденсатора прямо пропорційна площі пластин або обкладок. Чим більша площа пластин, тим більша величина заряду міститься на них, оскільки в кожній конструкції конденсатора на одиниці площі міститься певна величина заряду.

Електрична ємність конденсатора обернено пропорційна відстані між пластинами. Чим менша ця відстань, тим більша взаємодія між протилежними зарядами, а тому й більша електрична ємність.

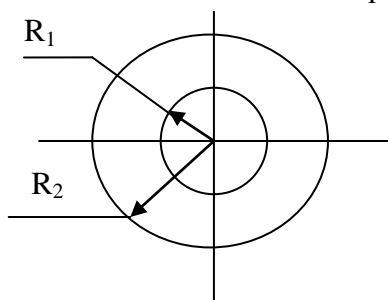
Електрична ємність конденсатора прямо пропорційна діелектричній проникності діелектрика. Чим більша діелектрична проникність, тим більша в діелектрику поляризація, тим менша взаємодія зарядів пластин і діелектриків, а тому більша електрична ємність.

Для збільшення ємності конденсаторів застосовують відповідні діелектрики, певні розміри пластин і відстань між ними. Крім того, виготовляють багатопластинні конденсатори.

Окрім плоских конденсаторів широко застосовуються циліндричні конденсатори, обкладками яких є дві циліндричні поверхні, осі яких співпадають (мал. 3.2).

Ємність циліндричних конденсаторів:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$



Мал. 3.2.

Конденсатори, залежно від матеріалу діелектриків, поділяються на повітряні, керамічні, слюдяні, паперові, металопаперові та плівкові. Діелектрики можуть бути: повітряні, тверді та рідинні. Розрізняють також конденсатори постійної та змінної електричної ємності.

### **Поняття про електричний пробій і електричну міцність діелектрика.**

Діелектрик, який розділяє провідники з різними електричними потенціалами, знаходиться в електричному полі. Напруженість електричного поля в діелектрику залежить від напруги між провідниками, відстані між ними, форми та розмірів провідника, властивостей діелектрика. При збільшенні напруженості електричного поля настає руйнування діелектрика – пробій.

Величина напруженості електричного поля, при якій починається пробій діелектрика, називається **пробивною напруженістю або електричною міцністю діелектрика**, а напруга при пробіі – **напругою пробію**.

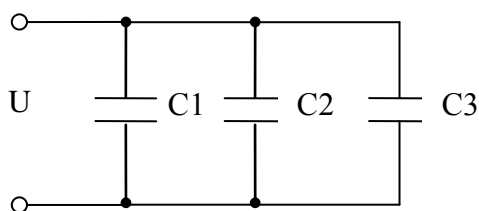
Відношення пробивної напруги до номінальної називається **запасом міцності діелектрика**:

$$n = U_{\text{проб}} / U_{\text{ном}}$$

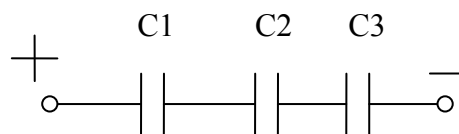
### **З'єднання конденсаторів**

Промислові конденсатори мають стандартну ємність і стандартну робочу напругу. Якщо ємність конденсатора, необхідна для включення в схему, не відповідає якомусь стандарту, то з'єднують кілька конденсаторів, які складають вже блоки конденсаторів. Конденсатори можуть бути з'єднані паралельно, послідовно і мішано.

**Паралельне з'єднання конденсаторів** – це таке з'єднання, коли всі виводи одного боку конденсаторів підключені до одного затискача, або точки схеми, а другі виводи – до другого затискача, або точки схеми (мал. 3.3).



Мал. 3.3.



Мал. 3.4.

При паралельному з'єднанні конденсаторів:

1) напруги на виводах окремих конденсаторів однакові і дорівнюють напрузі на затискачах джерела електричної енергії:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U$$

2) загальна ємність дорівнює сумі ємностей окремих конденсаторів:

$$C_{\text{екв}} = C_1 + C_2 + C_3.$$

Якщо  $C_1 = C_2 = C_3 \dots = C_n$ , то

$$C_{\text{екв}} = nC_1$$

де n — кількість конденсаторів;

3) загальний заряд дорівнює сумі зарядів окремих конденсаторів:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

4) заряд на конденсаторах розподіляється прямо пропорційно ємності:



$$Q_1 / Q_2 = C_1 / C_2.$$

5) якщо конденсатори мають різні робочі (номінальні) напруги, то напруга джерела енергії не повинна перевищувати мінімальної робочої напруги кожного з конденсаторів.

Паралельне з'єднання конденсаторів застосовується для збільшення електричної ємності.

**Послідовне з'єднання** — це таке з'єднання, коли конденсатори з'єднуються ланцюгом один за одним, а вільні виводи крайніх конденсаторів підключаються до двох затискачів, або точок схеми (рис. 3.4).

При послідовному з'єднанні конденсаторів

1) загальна обернена ємність дорівнює сумі обернених ємностей окремих конденсаторів:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

2) напруга на конденсаторах обернено пропорційна їх ємностям:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1}, \quad \frac{U_2}{U_3} = \frac{C_3}{C_2}, \quad \frac{U_3}{U_1} = \frac{C_1}{C_3},$$

а сума напруг на конденсаторах дорівнює напрузі на затискачах джерела електричного кола:

$$U = U_1 + U_2 + U_3.$$

3) заряд усіх конденсаторів і кожного окремо однаковий:

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3.$$

**Мішане з'єднання** — це таке з'єднання, коли в електричному колі є конденсатори, з'єднані як паралельно, так і послідовно.

### **Енергія електричного поля.**

Щоб зарядити конденсатор, його слід підключити до джерела електричної енергії, наприклад, батареї чи акумулятора. Під час зарядження на обкладках конденсатора накопичується енергія електричного поля, яку можна розрахувати за формулою:

$$W_{\text{пл}} = \frac{CU^2}{2} = \frac{UQ}{2} = \frac{Q^2}{2C}.$$

Енергія електричного поля вимірюється в джоулях (Дж).

## ЛЕКЦІЯ № 4

### Фізичні процеси в електричних колах.

План:

1. Стаціонарне електричне поле у провіднику при постійному струмі.
2. Електричний струм провідності, його величина і напрямок, густина.
3. Електричний опір провідника, залежність його від параметрів провідника та температури.
4. Закон Ома.

Всі тіла в природі поділяються на провідники, напівпровідники і діелектрики. Такий поділ обумовлений кількістю вільних зарядів у них – електронів і іонів.

Провідники, в яких переміщення зарядів відбувається за рахунок електронів, називаються **провідниками першого роду**, а електропровідність – електронною. Провідники, в яких переміщення зарядів відбувається завдяки руху іонів, називаються **провідниками другого роду**, а електропровідність – іонною.

Провідниками є в основному метали, вони мають вільні електрони, які в звичайному стані рухаються хаотично. Якщо підключити до кінців провідника джерела електричної енергії, то в ньому утвориться електричне поле  $E$ , яке переміщатиме електрони від негативного заряду до позитивного. Надмірність електронів негативного полюса обумовлює “штовхання” вільних електронів провідника, які “поштовх” однойменного заряду передають далі по провіднику і таким чином заряд рухатиметься із швидкістю 300 тис. км/с. Самі ж електрони переміщуються набагато повільніше.

У провідниках другого роду іони переміщуються до протилежно заряджених полюсів джерела.

**Явище напрямленого руху вільних носіїв електричних зарядів у провіднику називають електричним струмом провідності або просто електричним струмом і позначають буквою  $I$ .** Одиницею електричного струму є Ампер (А).

Струм, який з часом не змінює своєї величини і напряму, називається **постійним**.

Величина струму виражає інтенсивність проходження заряду через провідник за одиницю часу:

$$I = \frac{Q}{t}, \quad (4.1)$$

де  $I$  – електричний струм, А;

$Q$  – величина заряду, Кл;

$t$  – час, с.

Вважають, що в зовнішній частині кола струм має напрям від позитивного до негативного затискача. Цей напрям протилежний напрямку руху електронів. У внутрішній частині кола (в джерелі електричної енергії) струм має напрям від негативного затискача до позитивного (мал. 4.1).

За дійсний напрямок струму вважають рух позитивних зарядів від позитивного затискача джерела струму (+) до негативного (-).

Крім величини і напряму, струм характеризується густиною. **Величину струму, що проходить через одиницю площі поперечного перерізу провідника електричного кола, називають густиною струму і позначають буквою  $j$ :**

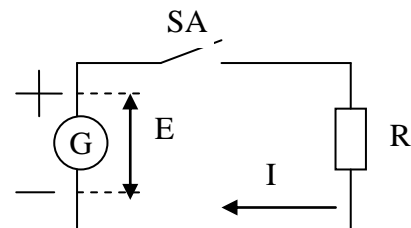
$$j = \frac{I}{S}, \quad (4.2)$$

де  $j$  – густина струму, А/м<sup>2</sup>;

$I$  – електричний струм, А;

$S$  – площа перерізу провідника, м<sup>2</sup>.

Інтенсивність, густина або величина струму пропорційна напруженості електричного поля і залежить від властивостей провідника, через який проходить струм.



Мал. 4.1

**Відношення величини струму  $I$  до напруги джерела енергії  $U$  називають провідністю провідника  $G$ :**

$$G = \frac{I}{U} . \quad (4.3)$$

Одиницею провідності є ампер на вольт (А/В) або сименс (См).

Величиною, оберненою до провідності, є електричний опір.

**Електричний опір – це величина, що характеризує протидію електричного кола електричним зарядам, що рухаються.**

$$R = 1/G \quad (4.4)$$

На підставі формули (4.3) можна записати:

$$R = \frac{U}{I}, \quad I = \frac{U}{R}, \quad U = IR . \quad (4.5)$$

Одиницею електричного опору є Ом. Вираз (4.5) є одним з основних законів електричних кіл – закон Ома. Він широко застосовується для аналізів та розрахунків електричних кіл і формулюється так: величина струму в замкненому електричному колі прямо пропорційна електрорушійній силі і обернено пропорційна опору електричного кола:

$$I = \frac{E}{R + R_i}, \quad \text{де } I \text{ – величина струму, А;}$$

$E$  – ЕРС джерела, В;

$R$  - опір зовнішньої ділянки кола, Ом;

$R_i$  – внутрішній опір джерела, Ом.

Залежність опору від матеріалу і розмірів провідника визначається формулою:

$$R = \frac{\rho l}{S}, \quad (4.6)$$

де  $R$  – опір, Ом;

$\rho$  – питомий опір, Ом\*м;

$l$  – довжина провідника, м;

$S$  – площа поперечного перерізу, м<sup>2</sup>.

Якщо провідники з металів і сплавів нагрівати, то в них зростає рух вільних електронів, збільшується число зіткнень з іншими частинками і між собою, а отже, зменшується впорядкований рух електронів. Внаслідок цього опір провідника збільшується.

**Величина, яка характеризує зміну одного Ома опора провідника при зміні температури на 1<sup>0</sup> С, називається температурним коефіцієнтом  $\alpha$ .** У широкому діапазоні зміни температури провідників з металів та сплавів їх опір визначається за формулою:

$$R_2 = R_1 (1 + \alpha (t_2 - t_1)), \quad (4.7)$$

де  $R_1$  – опір провідника при температурі  $t_1$ , Ом;

$R_2$  - опір провідника при температурі  $t_2$ , Ом;

$\alpha$  – температурний коефіцієнт, <sup>0</sup>С<sup>-1</sup>.

**Величину, яка характеризує спроможність стороннього поля викликати електричний струм, називають електрорушійною силою (ЕРС) і позначають буквою  $E$ .** ЕРС чисельно дорівнює роботі джерела електричної енергії по переміщенню одиничного позитивного заряду

вздовж всього кола:

$$E = \frac{A}{Q},$$

де  $E$  – ЕРС джерела, В;

$A$  – робота, Дж;

$Q$  – величина перенесеного заряду, Кл.

Одиницею ЕРС є вольт (В).

Джерело електричної енергії утворює ЕРС в один вольт, якщо при переміщенні вздовж всього замкненого кола заряду в один кулон здійснюється робота в один джоуль.

## ЛЕКЦІЯ № 5

### Фізичні процеси в електричних колах.

План:

1. Пасивні та активні елементи електричного кола.
2. Схеми електричних кіл: Принципова та розрахункова.
3. Схеми заміщення джерел ЕРС та струму, приймачів електричної енергії.
4. Режими електричного кола і його елементів: номінальний, холостого ходу, короткого замикання.
5. Закон Джоуля – Ленца.
6. Баланс потужностей.

**Електричним колом називають сукупність різних пристроїв, джерел енергії (струму) та провідників, що їх з'єднують, утворюючи шлях проходження електричного струму.**

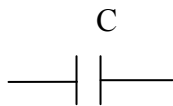
**Окремий пристрій, який входить у склад електричного кола та виконує в ньому певну функцію, називається елементом електричного кола.**

Елементи кола, в яких електрична енергія перетворюється у тепло, характеризуються опором або провідністю і називаються **пасивними**. Елементи кола, які характеризуються величинами ЕРС, називаються **активними**.

Розрізняють 3 пасивних та 2 активних елемента кола.

*Пасивні елементи:*

1. Ємність – елемент електричного кола, в якому накопичується енергія електричного поля. На схемах позначається :



$$c = \frac{q}{U_c}; i_c = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(cU_c) = c \frac{dU_c}{dt};$$

Зв'язок між струмом і напругою в ємності:

$$i_c = c \frac{dU_c}{dt}; \quad U_c = \frac{1}{c} \int_0^t i_c dt$$

Постійний струм через ємність не проходить. Ємність в колі постійного струму еквівалентна розриву кола.

2. Індуктивність - елемент електричного кола, в якому накопичується енергія магнітного поля. На схемах позначається :



$$L = \frac{\psi}{i_L}; \quad \psi = Li_L$$

Згідно з законом Ленца зміна потокозчеплення котушки викликає появу на кінцях котушки електрорушійної сили (ЕРС).

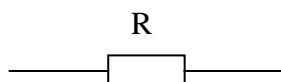
$$e_L = - \frac{d\psi}{dt} = \frac{d}{dt}(Li_L) = -L \frac{di_L}{dt} = -U_L - \text{напруга на індуктивності.}$$

Зв'язок між струмом і напругою в індуктивності:

$$U_L = -L \frac{di_L}{dt}; \quad i_L = \frac{1}{L} \int_0^t U_L dt$$

Індуктивність в колі постійного струму еквівалентна короткому замиканню.

3. Опір – елемент, в якому відбувається перетворення електромагнітної енергії в інші види енергії або її розсіювання. На схемах позначається :



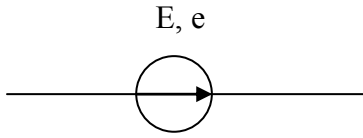
Зв'язок між струмом і напругою в опорі:

$$U = Ri, \quad i = \frac{U}{R}.$$

Ідеалізованим схемним елементам ємності, індуктивності та опору відповідають реальні елементи: конденсатор, котушка індуктивності, резистор.

*Активні елементи:*

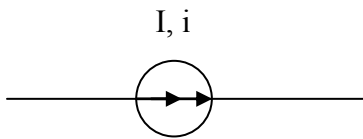
1. Джерело ЕРС – елемент з двома виводами, напруга на яких не залежить від струму, який протікає; внутрішній опір якого дорівнює нулю. На схемах позначається :



$e$  – миттєве значення змінної ЕРС;  $E$  – постійне або діюче значення ЕРС.

Всередині джерела ЕРС напрям напруги і ЕРС протилежні. Джерело ЕРС вмикається в коло тільки послідовно з навантаженням.

2. Джерело струму – елемент з двома виводами, струм через який не залежить від напруги на його затискачах; внутрішній опір дорівнює нескінченності. На схемах позначається :

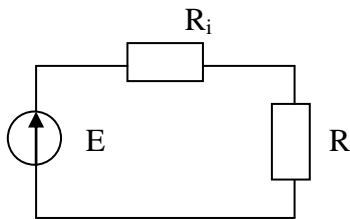


Джерело струму вмикається в коло тільки паралельно з навантаженням.

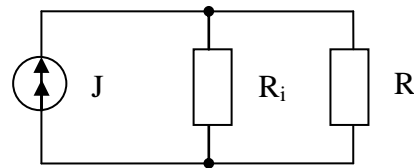
Для полегшення розрахунків складається схема заміщення електричного кола, тобто схема, яка відображує властивості кола при визначених умовах.

**Електричною схемою називається графічне зображення електричного кола, на якому умовно подано його елементи та їх з'єднання.**

Схеми заміщення джерела ЕРС (мал. 5.1) і джерела струму (мал. 5.2):



Мал. 5.1.



Мал. 5.2.

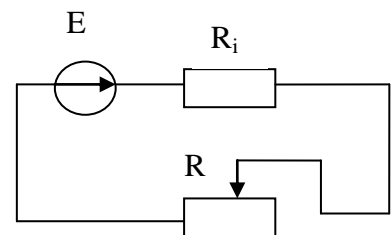
### Режими роботи електричних кіл

Режим роботи електричного кола визначається величинами струмів, напруг та потужностей її окремих елементів. Джерела і приймачі електричної енергії, дроти, а також допоміжні пристрої характеризуються номінальними величинами струмів, напруг, потужностей, на які ці пристрої розраховані заводами – виготовлювачами для нормальної роботи. Номінальні величини вказуються в паспорті пристрою. Режим роботи, при якому дійсні струми, напруги, потужності елементів електричного кола відповідають їх номінальним значенням, називається **номінальним** (нормальним).

Різні прилади, підключені до джерела енергії, є для нього навантаженням, яке можна виразити через еквівалентний опір. На малюнку 1 зображене електричне коло з ЕРС, внутрішнім опором  $R_i$  та опором навантаження  $R$ , який можна змінювати від нуля до нескінченності.

Якщо змінний опір встановити на нуль ( $R=0$ ), електричне коло буде включене на внутрішній опір  $R_i$ . Такий режим називають **режимом короткого замикання** – режимом КЗ.

Якщо змінний опір встановити  $R$  встановити на нескінченність ( $R=\infty$ ), то електричне коло буде розімкнене. Такий режим називають **режимом холостого ходу** – режимом ХХ.



Мал. 5.3.

Розглянемо електричне коло (мал. 5.3.) і визначимо, як змінюються в ньому струм, напруга, потужність при зміні навантаження від нуля до нескінченності.

1. Струм у колі визначається за законом Ома:  $I = E / (R_i + R)$ .

Якщо  $R=0$ , то струм буде максимальний  $I_M = E/R_i$ . Якщо  $R_i = R$ , то загальний опір кола збільшиться, а струм зменшиться в два рази:

$$I = \frac{E}{R_i + R} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E}{R_i} = \frac{I_M}{2}.$$

Якщо  $R = \infty$ , то струму не буде:  $I = E / (R_i + \infty) = 0$ .

Отже, при зміні зовнішнього навантаження від нуля до нескінченності струм у колі змінюється від максимуму до нуля. Якщо  $R_i = R$ , то струм становить половину максимальної величини.

2. Напруга на опорі навантаження  $R$  між точками  $A$  і  $B$  є добуток струму, що проходить через опір, на величину цього опору. Виведемо з закону Ома:

$$U = E / (1 + R_i / R).$$

Визначимо величину напруги при  $R=0$ :

$$U = E / (1 + R_i / 0) = E / (1 + \infty) = E / \infty = 0$$

Якщо  $R_i = R$ , то

$$U = E / (1 + R_i / R) = E / (1 + 1) = 0,5 E.$$

Якщо  $R = \infty$ , то

$$U = E / (1 + R_i / \infty) = E / (1 + 0) = E.$$

Отже, при зміні зовнішнього навантаження від нуля до нескінченності напруга на ньому змінюється від нуля до величини  $E$ , а при  $R_i = R$  напруга становитиме  $0,5 E$ .

3. Потужність на навантаженні  $R$ , або корисна потужність  $P$ , визначається так:

$$P = I^2 R.$$

Оскільки  $I = E / (R_i + R)$ , то  $P = (E / (R_i + R))^2 R$

Якщо  $R=0$ , то потужність теж дорівнює нулю:  $P = 0$ . На нульовому опорі потужність виділятися не може.

Якщо  $R = \infty$ , то електричне коло розімкнене, струм не проходить, і потужності бути не може.

Якщо  $R_i = R$ , тоді

$$P = E^2 R / (R_i + R)^2 = E^2 R_i / (R_i + R_i)^2 = E^2 R_i / (2R_i)^2 = E^2 / 4R_i.$$

Отже, при зміні зовнішнього навантаження від нуля до нескінченності корисна потужність збільшується від нуля до  $E^2 / 4R_i$  (при  $R_i = R$ ), а потім знову зменшується до нуля.

4. Потужність, що виділяється на внутрішньому опорі джерела визначається так:

$$P_{вн} = I^2 R_i = (E / (R_i + R))^2 R_i.$$

Якщо  $R=0$ , то  $P_{вн} = E^2 R_i / R_i^2 = E^2 / R_i$ .

Якщо  $R_i = R$ , то  $P_{вн} = E^2 R_i / (R_i + R_i)^2 = E^2 / 4 R_i$ .

Якщо  $R = \infty$ , то  $P_{вн} = E^2 R_i / \infty = 0$ .

Повна потужність джерела енергії ( $P_D$ ) визначається так:

$$P_D = E I = E E / (R_i + R) = E^2 / (R_i + R).$$

Якщо  $R=0$ , то  $P_D = E^2 / R_i$ .

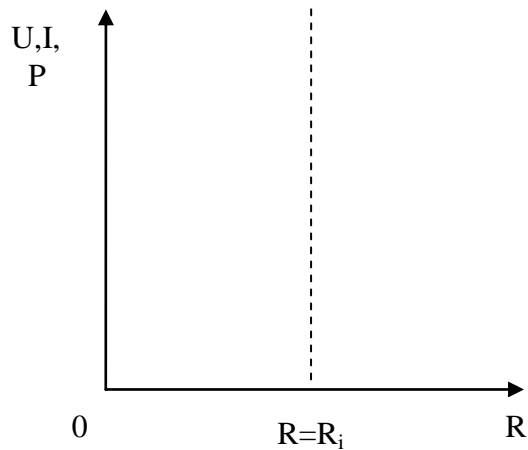
Якщо  $R_i = R$ , то  $P_D = E^2 / (2R_i)$ .

Якщо  $R = \infty$ , то  $P_D = 0$ .

Отже, повна потужність джерела енергії при будь-якій величині опору навантаження дорівнює сумі потужностей на зовнішньому і внутрішньому опорах:  $P_D = P + P_{вн}$ .

Режим, при якому внутрішній опір джерела дорівнює опору навантаження, називається **узгодженням**.

Залежності струму, напруги, потужності від опору зображено на малюнку 5.4.



Мал. 5.4. Залежності струму, напруги, потужності від опору

Потужність електричного струму характеризує швидкість перетворення електричної енергії в інші види і визначається роботою, виконуваною за одиницю часу. Потужність, яка використовується споживачем, називається корисною потужністю і визначається за формулою:

$$P = U I.$$

Застосовуючи закон Ома, маємо

$$P = U I = I^2 R = U^2 / R.$$

Одиницею потужності є ват (Вт).

Внутрішньою потужністю втрат ( $P_{\text{вн}}$ ) називається потужність, витрачена на нагрівання всередині джерела енергії.

Уся потужність джерела електричної енергії називається повною потужністю, або потужністю джерела ( $P_{\text{д}}$ ),

$$P_{\text{д}} = P + P_{\text{вн}}.$$

Одним із видів перетворення електричної енергії в інші види є перетворення електричної енергії в теплову. Кількість тепла, що виділяється в провідниках, визначається законом Джоуля – Ленца:

$$Q = I^2 R t,$$

де  $Q$  - кількість тепла, Дж;

$I$  - струм у провіднику, А;

$R$  - опір провідника, Ом;

$t$  - час, с.

Кількість тепла, що виділяється струмом у провіднику при сталому опорі, прямо пропорційна опору провідника, квадрату величини струму і часу його проходження.

#### *Баланс потужностей в електричному колі.*

Для замкненого електричного кола виконується закон збереження енергії: потужність, яка віддається джерелами, дорівнює сумі потужностей, які виділяються в опорах.

$$\sum EI = \sum RI^2$$

Рівняння балансу потужностей служить для перевірки правильності розрахунків електричних кіл.

## ЛЕКЦІЯ № 6

### Розрахунок електричних кіл постійного струму.

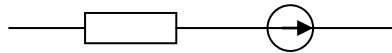
План:

1. Задачі розрахунку електричних кіл.
2. Елементи схеми: гілка, вузол, контур.
3. Перший закон Кірхгофа та вузлові рівняння.
4. Другий закон Кірхгофа та контурні рівняння.
5. Розрахунок електричних кіл по законам Кірхгофа.

Головна мета розрахунку електричного кола полягає у визначенні струмів в її гілках. Якщо знати струми, неважко знайти напруги і потужності гілок і окремих елементів кола. Величини струмів, напруг, потужностей дають можливість оцінити умови і ефективність роботи електротехнічного обладнання і пристроїв в усіх ділянках кола.

Розглядаючи схеми будь – яких електричних кіл, можна виділити в них характерні ділянки: гілки, вузли, контури.

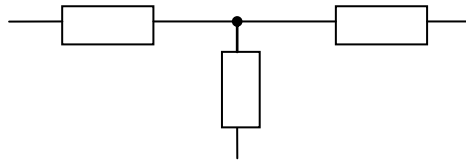
1. **Гілка** – ділянка електричного кола, яка складається з одного або декількох послідовно з'єднаних елементів, струм вздовж яких в визначений момент часу має одне значення.



Гілка починається і закінчується в вузлі.

2. **Вузол** – місце з'єднання трьох і більше гілок.

Гілки, які приєднані до першої пари вузлів, називаються паралельними.



3. **Контур** електричного кола – це будь – який замкнений шлях, який проходить крізь ряд гілок і вузлів.

Розрізняють: внутрішні і зовнішні контури. Контури, які не включають в себе інші контури, називаються внутрішніми.

Для розрахунку електричних кіл разом з законом Ома використовують два закони Кірхгофа, які є наслідком закону збереження енергії.

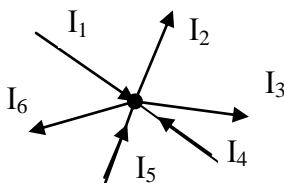
*Перший закон Кірхгофа.*

Алгебраїчна сума струмів, які збігаються в вузлі, дорівнює нулю.

$$\sum I_k = 0$$

Струми, які входять до вузла, записують зі знаком "+", які виходять з вузла – зі знаком "-".

Перший закон Кірхгофа можна сформулювати так: сума струмів, які напрямлені до вузла електричного кола, дорівнює сумі струмів, напрямлених від цього вузла.



$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 + I_5 - I_6 = 0$$

*Другий закон Кірхгофа.*

1. Алгебраїчна сума напруг на усіх елементах замкненого контуру дорівнює нулю.

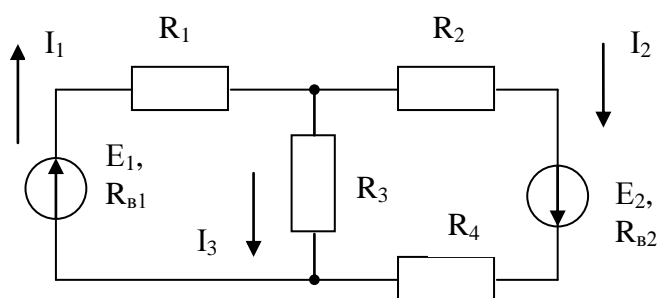
$$\sum U_k = 0$$

2. Алгебраїчна сума ЕРС в контурі дорівнює алгебраїчній сумі напруг на елементах, що залишились у контурі.

$$\sum E_k = \sum U_k$$



## Розрахунок ЕК по законам Кірхгофа



$$\begin{aligned}
 E_1 = E_2 &= 105 \text{ В}; \\
 R_1 = R_4 &= 9,5 \text{ Ом}; \\
 R_2 = R_3 &= 20 \text{ Ом}; \\
 R_{61} = R_{62} &= 0,5 \text{ Ом}.
 \end{aligned}$$

Визначити струми в усіх гілках методом рівнянь Кірхгофа.

1. Задаємо додатний напрям струму в гілках.
2. Визначаємо кількість вузлів в схемі ( $y=2$ ).
3. Визначаємо кількість гілок з невідомими струмами ( $v=3$ ).
4. Для одного вузла ( $y-1$ ) записуємо рівняння по першому закону Кірхгофа:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

5. Обираємо два внутрішні контура ( $v-(y-1)$ ) та записуємо для них рівняння по другому закону Кірхгофа (напрямок обходу контуру обираємо самі):

$$(R_1 + R_{61}) \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 = E_1$$

$$(R_2 + R_{62} + R_4) \cdot I_2 - R_3 \cdot I_3 = E_2$$

6. Розв'язуємо систему рівнянь з невідомими  $I_1 - I_3$ :

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$(R_1 + R_{61}) \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 = E_1$$

$$(R_2 + R_{62} + R_4) \cdot I_2 - R_3 \cdot I_3 = E_2$$

Підставляємо в систему рівнянь відомі величини:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$(9,5 + 0,5) \cdot I_1 + 20 \cdot I_3 = 105$$

$$(20 + 0,5 + 9,5) \cdot I_2 - 20 \cdot I_3 = 105$$

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \tag{1}$$

$$10 \cdot I_1 + 20 \cdot I_3 = 105 \tag{2}$$

$$30 \cdot I_2 - 20 \cdot I_3 = 105 \tag{3}$$

З рівняння (2) визначимо  $I_1$ :

$$I_1 = \frac{105 - 20 \cdot I_3}{10} \tag{4}$$

З рівняння (3) визначимо  $I_2$ :

$$I_2 = \frac{105 + 20 \cdot I_3}{30} \tag{5}$$

Підставимо отримані вирази в рівняння (1):

$$\frac{105 - 20 \cdot I_3}{10} - \left( \frac{105 + 20 \cdot I_3}{30} \right) - I_3 = 0.$$

$$\frac{315 - 60 \cdot I_3 - 105 - 20 \cdot I_3 - 30 \cdot I_3}{30} = 0$$

$$210 = 110 \cdot I_3$$

$$I_3 = 1,909 \text{ (A)}$$

Підставимо отримане значення  $I_3$  в рівняння (4) та (5) та знайдемо значення струмів  $I_1$  та  $I_2$ :

$$I_1 = \frac{105 - 20 \cdot 1,909}{10} = 6,682 \text{ (A)};$$

$$I_2 = \frac{105 + 20 \cdot 1,909}{30} = 4,7726 \text{ (A)}$$

7. Складаємо рівняння балансу потужностей та перевіряємо розрахунок задачі:

$$(R_1 + R_{61}) \cdot I_1^2 + (R_2 + R_{62} + R_4) \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2$$

$$10 \cdot 6,682^2 + 30 \cdot 4,7726^2 + 20 \cdot 1,909^2 = 1202,705$$

$$105 \cdot 6,682 + 105 \cdot 4,7726 = 1202,73$$

$$1202 = 1202$$

## ЛЕКЦІЯ № 7

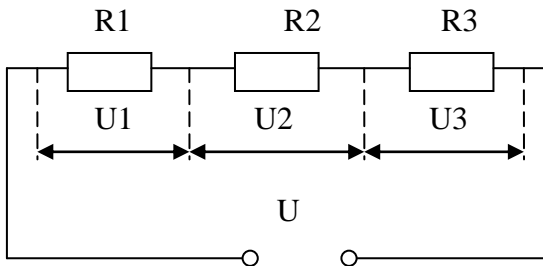
### Розрахунок електричних кіл постійного струму. З'єднання опорів.

План:

1. З'єднання опорів: послідовне, паралельне, мішане.
2. Провідність гілок.
3. Перетворення трикутника опорів в еквівалентну зірку.
4. Перетворення зірки опорів в еквівалентний трикутник.

Застосовують три види з'єднання резисторів: послідовне, паралельне, сумісне.

**Послідовним з'єднанням** називається таке з'єднання, при якому через усі елементи кола проходить один і той самий струм.



При такому з'єднанні на кожному резисторі відбувається спад напруги, який визначається законом Ома. Загальна напруга складається із сум наруг у колі:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 \quad (1)$$

$$R_{заг} = R_1 + R_2 + R_3$$

Для замкненого кола, згідно з законом Ома

$$I = \frac{E}{R_i + R_{заг}}$$

Якщо в рівнянні (1) обидві частини помножити на  $I$ , то дістанемо

$$UI = U_1I + U_2I + U_3I,$$

звідки

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

Загальна потужність кола дорівнює сумі потужностей послідовно з'єднаних резисторів.

Потужності на цих резисторах розподіляються прямо пропорційно опорам резисторів:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_1}{R_2}, \text{ а також } \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

**Паралельним з'єднанням резисторів** називається таке з'єднання, при якому кілька резисторів включено між двома загальними точками, і струм у колі розгалужується.

Напруги на паралельних ділянках кола однакові і дорівнюють напрузі між вузлами:

$$U = U_1 = U_2 = U_3$$

Загальна провідність усіх паралельних гілок:

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Загальний опір паралельного з'єднання визначається через загальну провідність:

$$R = I / G$$

Струми в паралельних гілках розподіляються обернено пропорційно їх опору:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1},$$

$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2},$$

$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{R_3}{R_1}$$

Для  $m$  паралельно з'єднаних резисторів з однаковими опором, загальний опір

$$R = R_1 / m,$$

де  $R_1$  - Величина опору одного резистора,

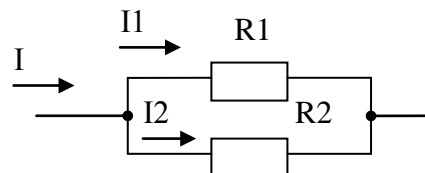
$m$  – кількість гілок з однаковими опором.

Для двох паралельно з'єднаних резисторів загальний опір

$$R_{заг} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

струми в гілках:

$$U = R_{заг} I$$



$$\left. \begin{aligned}
 I_1 &= \frac{U}{R_1} = \frac{R_{\text{заг}} I}{R_1} = I \frac{R_1 R_2}{R_1 (R_1 + R_2)} = I \frac{R_2}{R_1 + R_2} \\
 I_2 &= \frac{U}{R_2} = \frac{R_{\text{заг}} I}{R_2} = I \frac{R_1 R_2}{R_2 (R_1 + R_2)} = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}
 \end{aligned} \right\} \text{Правило розкиду}$$

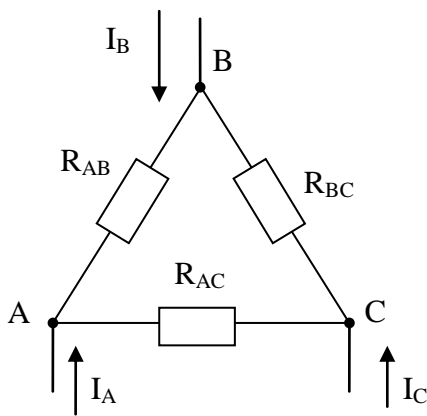
**Мішане з'єднання** – це таке з'єднання, при якому в електричному колі є і послідовне, і паралельне з'єднання резисторів.

При розрахунках таких кіл розглядають окремі ділянки кола послідовного та паралельного з'єднань і застосовують відповідні формули.

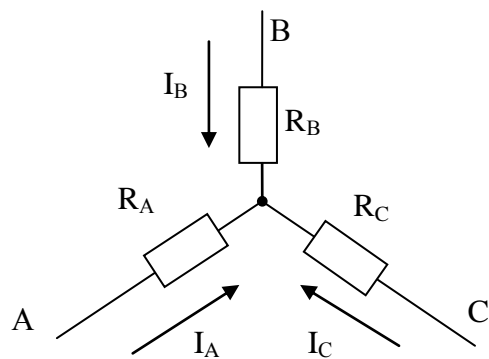
В електричних схемах резистори з'єднуються не тільки послідовно або паралельно, а й трикутником або зіркою.

**Трикутником опорів** називають контур. В який входить три опори і який має три вузлові точки (мал. 7.1).

**Зіркою опорів** називають схему з трьох опорів, один бік яких з'єднано в одну точку (мал. 7.2.).



Мал. 7.1.



Мал. 7.2.

Такі з'єднання іноді створюють труднощі в розрахунках електричних кіл, і виникає необхідність перетворення трикутника опорів в еквівалентну зірку або навпаки.

Заміна однієї схеми другою, їй еквівалентною, завжди можлива. При цьому в еквівалентній схемі не можуть змінюватись напруги між вершинами А, В, С і струми в провідниках  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ , тобто, загальний опір еквівалентних схем повинен бути однаковим.

При перетворенні схеми трикутника в еквівалентну зірку, величини опорів еквівалентної зірки знаходять за формулами:

$$R_A = \frac{R_{AB} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}; \quad R_B = \frac{R_{AB} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}; \quad R_C = \frac{R_{BC} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

Якщо в трикутник опорів відповідними вузлами підключити зірку, то еквівалентні опори трикутника можна знайти

– через опори зірки:

$$R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A \cdot R_B}{R_C}; \quad R_{BC} = R_B + R_C + \frac{R_B \cdot R_C}{R_A}; \quad R_{CA} = R_C + R_A + \frac{R_C \cdot R_A}{R_B},$$

– через провідність зірки:

$$G_{AB} = \frac{G_A \cdot G_B}{G_A + G_B + G_C}; \quad G_{BC} = \frac{G_B \cdot G_C}{G_A + G_B + G_C}; \quad G_{CA} = \frac{G_C \cdot G_A}{G_A + G_B + G_C}$$

## ЛЕКЦІЯ № 8

### Розрахунок ЕК постійного струму шляхом згортання схем (метод еквівалентних опорів).

План:

1. Метод еквівалентних опорів.
2. Визначення еквівалентних опорів.
3. Визначення струмів.
4. Перетворення трикутника опорів в еквівалентну зірку для спрощення розрахунку схеми.

Метод еквівалентних опорів застосовують для розрахунку таких електричних кіл, в яких є пасивні елементи, ввімкнені між собою послідовно, паралельно або мішано.

#### Алгоритм розрахунку:

##### 1. Визначення еквівалентних опорів.

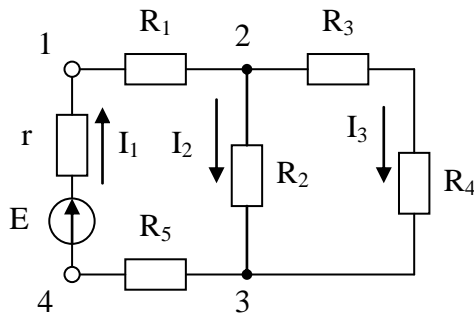
На схемі (мал. 8.1) опори  $R_3$  та  $R_4$  ввімкнені послідовно. Ці два опори можна замінити одним (еквівалентним), визначив його як суму  $R_3 + R_4 = R_{3,4}$ .

Після такої заміни утворюється більш проста схема (мал. 8.2). опори  $R_2$  та  $R_{3,4}$  з'єднані паралельно, їх можна замінити одним (еквівалентним), визначив його по формулі:

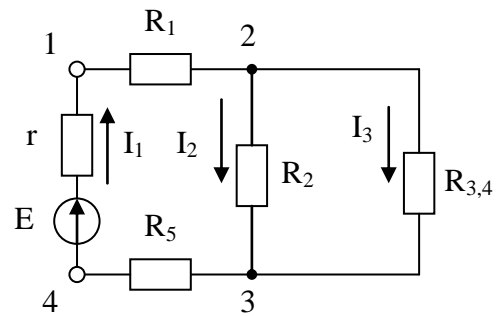
$$R_{2-4} = \frac{R_2 R_{3,4}}{R_2 + R_{3,4}}$$

і отримати більш просту схему (мал. 8.3).

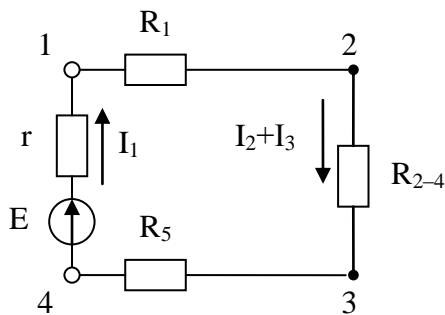
В схемі мал. 8.3 опори  $R_1$ ,  $R_{2-4}$ ,  $R_5$  з'єднані послідовно. Замінивши ці опори одним (еквівалентним) опором між точками 1 і 4, отримаємо найпростішу схему (мал. 8.4).



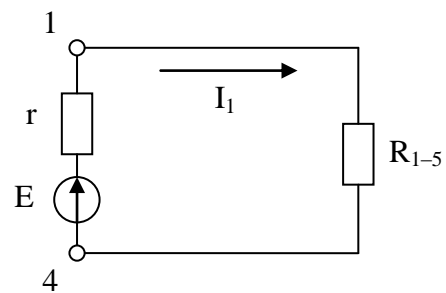
Мал. 8.1



Мал. 8.2



Мал. 8.3



Мал. 8.4

Подібним перетворенням схему мішаного з'єднання пасивних елементів з одним джерелом енергії в більшості випадків можна привести до найпростішої схеми. В більш складних схемах методом еквівалентних опорів досягається спрощення, яке значно полегшує розрахунок.

##### 2. Визначення струмів.

В найпростішій схемі (мал. 8.4) струм визначається по закону Ома для повного кола. Струми в інших гілках первісної схеми визначають, переходячи від схеми до схеми в зворотному порядку.

### 1 спосіб визначення струмів:

Зі схеми 8.3 бачимо, що  $I_1 = I_2 + I_3$ .

Крім того, напруга між точками 2 і 3:

$$U_{2-4} = I_1 \cdot R_{2-4}$$

Знаючи цю напругу, легко визначити струми  $I_2$  та  $I_3$ :

$$I_2 = U_{2-4} / R_2; \quad I_3 = U_{2-4} / R_{3,4}$$

### 2 спосіб визначення струмів:

За законом Ома визначаємо струм  $I_1$ :

$$I_1 = \frac{E}{R_{1-5} + r}$$

За правилом розкиду визначаємо струми  $I_2$  та  $I_3$ :

$$I_2 = I_1 \frac{R_{3,4}}{R_2 + R_{3,4}}$$

$$I_3 = I_1 \frac{R_2}{R_2 + R_{3,4}}$$

### Перетворення трикутника опорів в еквівалентну зірку для спрощення розрахунку схеми.

Визначити еквівалентний опір та загальний струм кола (мал. 8.5), якщо відомі:  $R_{ab} = 12 \text{ Ом}$ ,  $R_{bd} = 18 \text{ Ом}$ ,  $R_{ac} = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_{cd} = 18 \text{ Ом}$ ,  $R_{bc} = 18 \text{ Ом}$ ,  $E = 132 \text{ В}$ .

Для знаходження еквівалентного опору перетворимо трикутник опорів  $abc$  в еквівалентну зірку опорів.

Для знаходження еквівалентних опорів використовуємо формули:

$$R_A = \frac{R_{AB} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$R_B = \frac{R_{AB} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

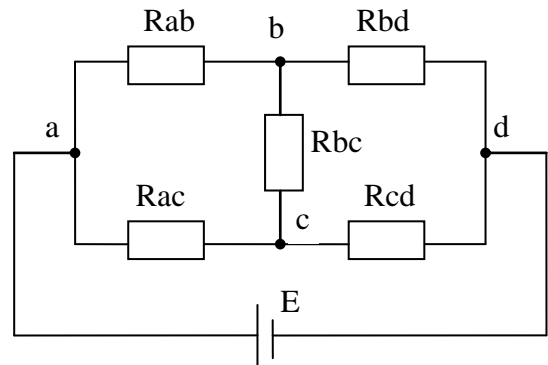
$$R_C = \frac{R_{BC} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

і отримаємо еквівалентну схему (мал. 8.6)

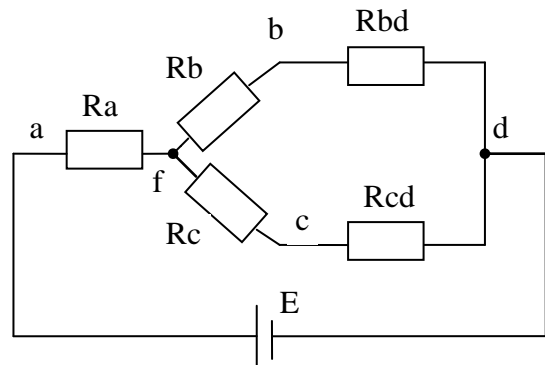
$$R_A = \frac{12 \cdot 6}{12 + 18 + 6} = \frac{72}{36} = 2 \text{ Ом}$$

$$R_B = \frac{12 \cdot 18}{12 + 18 + 6} = \frac{216}{36} = 6 \text{ Ом}$$

$$R_C = \frac{18 \cdot 6}{12 + 18 + 6} = \frac{108}{36} = 3 \text{ Ом}$$



Мал. 8.5



Мал. 8.6

Далі знаходимо еквівалентний опір між точками  $f$  та  $d$ .

Опори  $R_b$  та  $R_{bd}$  з'єднані послідовно:  $R_{b,bd} = R_b + R_{bd}$ ;  $R_{b,bd} = 6 + 18 = 24 \text{ Ом}$

Опори  $R_c$  та  $R_{cd}$  також з'єднані послідовно:  $R_{c,cd} = R_c + R_{cd}$ ;  $R_{c,cd} = 3 + 18 = 21 \text{ Ом}$

Між собою опори  $R_{b,bd}$  та  $R_{c,cd}$  з'єднані паралельно:  $R_{b-d} = \frac{R_{b,bd} \cdot R_{c,cd}}{R_{b,bd} + R_{c,cd}}$ ;

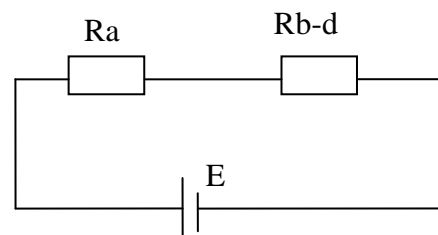
$$R_{b-d} = 24 \cdot 21 / 45 = 11,2 \text{ Ом}$$

Після перетворення залишається схема (мал. 8.7) з послідовно з'єднаними опорами  $R_a$  та  $R_{b-d}$ .

$$R = R_a + R_{b-d}; \quad R = 11,2 + 2 = 13,2 \text{ Ом}$$

Загальний струм кола знайдемо за законом Ома:  $I = E / R$ .

$$I = 132 / 13,2 = 10 \text{ А.}$$



Мал. 8.7

## ЛЕКЦІЯ № 9

### Розрахунок ЕК постійного струму методом контурних струмів.

План:

1. Метод контурних струмів.
2. Алгоритм розрахунку схем.
3. Приклад розрахунку ЕК методом контурних струмів.

Метод контурних струмів дає змогу визначати струми з меншою кількістю рівнянь, яка обмежується числом незалежних (внутрішніх) контурів у колі. Метод зводиться к складанню рівнянь тільки по другому закону Кірхгофа.

**Контурні струми** – це умовні алгебраїчні величини, однакові для всіх ділянок даного контуру. Напрямок їх обирається довільно і позначається в електричних схемах дугоподібними стрілками. Контурні струми на відміну від реальних струмів позначаються римськими індексами.

Розрахунок складних електричних кіл методом контурних струмів виконують в такій послідовності (алгоритм розрахунку):

1. Довільно обирають напрями контурних струмів і позначають їх на схемах. Для зручності вважають такі самі напрями обходу вздовж контурів.

2. За другим законом Кірхгофа складають рівняння з контурними струмами. Якщо на ділянці кола діють два контурних струми, то спад напруги на ній дорівнює алгебраїчній сумі спадів напруг, утворених кожним контурним струмом.

3. Розв'язують рівняння, визначаючи величини контурних струмів.

4. Для визначення величини і напрямку реальних струмів застосовують такі правила:

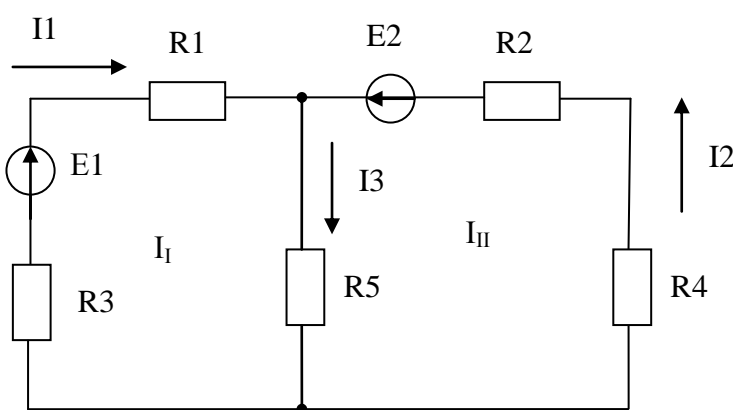
а) якщо на ділянці кола діє тільки один контурний струм, то реальний струм дорівнює контурному і має такий самий напрям;

б) якщо на ділянці кола діють два контурних струми протилежних напрямів, то реальний струм дорівнює їх різниці і напрямлений у бік більшого струму;

в) якщо на ділянці кола діють контурні струми однакового напрямку, то реальний струм дорівнює їх сумі і збігається за напрямом з ним.

5. Перевіряють правильність розрахунків за балансом потужностей.

**Приклад:** для заданої схеми методом контурних струмів визначити величини і напрямки реальних струмів.



$$R1 = R3 = 1 \text{ Ом}$$

$$R2 = 3 \text{ Ом}$$

$$R4 = 5 \text{ Ом}$$

$$R5 = 2 \text{ Ом}$$

$$E1 = 4 \text{ В}$$

$$E2 = 34 \text{ В}$$

Складаємо рівняння по другому закону Кірхгофа для внутрішніх контурів з контурними струмами.

$$\begin{cases} I_I (R_1 + R_3 + R_5) + I_{II} R_5 = E_1 \\ I_I R_5 + I_{II} (R_2 + R_4 + R_5) = E_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 \cdot I_I + 2 \cdot I_{II} R_5 = 4 \rightarrow I_I = \frac{4 - 2I_{II}}{4} = 1 - 0,5 I_{II} \\ 2 I_I + 10 \cdot I_{II} = 34 \end{cases}$$

$$2(1 - 0,5 \cdot I_{II}) + 10 \cdot I_{II} = 34$$

$$2 - I_{II} + 10 \cdot I_{II} = 34$$

$$9 I_{II} = 32 \rightarrow I_{II} = 3,556 \text{ A};$$

$$I_I = 1 - 0,5 \cdot 3,56 = -0,778 \text{ A}$$

Визначаємо реальні струми кола.

$$I_1 = I_I = -0,778 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{II} = 3,556 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{II} + I_I = 3,556 - 0,778 = 2,778 \text{ A}$$

Перевіряємо правильність розрахунків за балансом потужностей.

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = (R_1 + R_3) \cdot I_1^2 + (R_2 + R_4) \cdot I_2^2 + R_5 \cdot I_3^2$$

$$4 \cdot (-0,778) + 34 \cdot 3,556 = 117,792 \text{ Вт}$$

$$2 \cdot (-0,778)^2 + 8 \cdot 3,556^2 + 2 \cdot 2,778^2 = 117,8 \text{ Вт}$$

$$117,79 \text{ Вт} \approx 117,8 \text{ Вт}$$

## ЛЕКЦІЯ № 10

### Принцип накладання струмів у лінійних електричних колах та його застосування для розрахунку електричних кіл.

План:

1. Принцип накладання струмі у лінійних ЕК.
2. Застосування принципу накладання струмів.

Метод накладання струмів побудовано на принципі незалежної дії ЕРС різних джерел.

Цей метод передбачає, що спочатку в електричному колі діє тільки одна ЕРС, і визначають струми, що утворюються нею. Такі струми називаються *частковими*. Якщо визначають частковий струм одного контуру, то всі інші джерела електричного кола вважають виключеними, але їх внутрішній опір враховується. Потім в електричному колі вважають включеною другу ЕРС, а решту – виключеними і теж визначають часткові струми. Таким чином послідовно знаходять часткові струми, утворені кожною ЕРС окремо. Це можна виконати, застосовуючи окремі схеми. Потім виконують накладання часткових струмів і визначають величину і напрям реальних струмів.

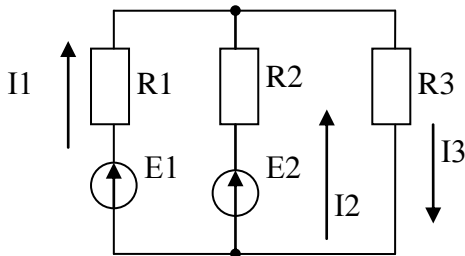
Проте застосовувати його можна тільки до лінійних кіл, тобто для таких, де опір кола не залежить від струму, що проходить в ньому. Не можна застосовувати цей метод і тоді, коли в рівнянні є величина із степенем, вищим від першого.

#### Алгоритм розрахунку:

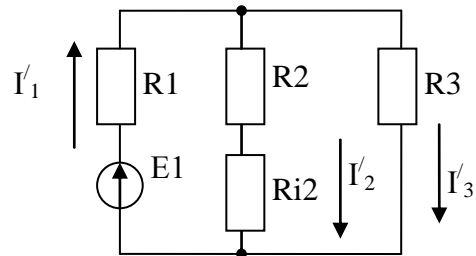
1. На основі вихідної схеми складають розрахункові схеми, в кожній з яких діє тільки одна ЕРС. Усі інші ЕРС відключають і від кожного джерела залишається тільки його внутрішній опір.
2. Будь-яким методом (частіше методом згортання схем) визначають струми у колі.
4. Правильність розрахунків перевіряють за балансом потужностей.

#### Приклад розрахунку:

Дана схема (мал. 11.1), де  $E_1 = 48$  В,  $E_2 = 36$  В,  $R_1 = 35$  Ом,  $R_2 = 36$  Ом,  $R_3 = 50$  Ом,  $R_{i1} = 5$  Ом,  $R_{i2} = 4$  Ом. Знайти струми в гілках методом накладання струмів.



Мал. 11.1



Мал. 11.2

1. Виключаємо з кола  $E_2$ , тоді електричне коло має вигляд (мал. 11.2).

2. Знаходимо еквівалентний опір кола:
 
$$R = \frac{(R_2 + R_{i2}) \cdot R_3}{(R_2 + R_{i2}) + R_3} + R_1 + R_{i1}$$

$$R = \frac{(36 + 4) \cdot 50}{36 + 4 + 50} + 35 + 5 = \frac{2000}{90} + 40 = 62,2 \text{ Ом}$$

3. Визначаємо часткові струми.

Після згортання схема має вигляд (мал. 11.3), тому

струм  $I'_1$  знаходимо за законом Ома:

$$I'_1 = E_1 / R; \quad I'_1 = 48 / 62,2 = 0,771 \text{ А}$$

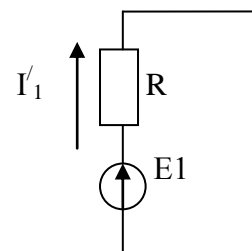
Струми  $I'_2$  та  $I'_3$  знайдемо за правилом розкиду:

$$I'_2 = I'_1 \cdot R_3 / (R_2 + R_{i2} + R_3)$$

$$I'_3 = I'_1 \cdot (R_2 + R_{i2}) / (R_2 + R_{i2} + R_3)$$

$$I'_2 = 0,771 \cdot 50 / 90 = 0,428 \text{ А}$$

$$I'_3 = 0,771 \cdot 40 / 90 = 0,343 \text{ А}$$



Мал. 11.3

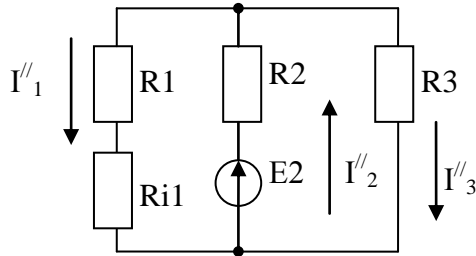


4. Для знаходження других часткових струмів. виключаємо з кола  $E_1$ , тоді електричне коло має вигляд (мал. 11.4).

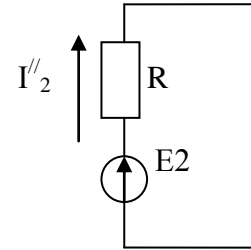
5. Знаходимо еквівалентний опір кола:

$$R = \frac{(R_1 + R_{i1}) \cdot R_3}{(R_1 + R_{i1}) + R_3} + R_2 + R_{i2}$$

$$R = \frac{(35 + 5) \cdot 50}{35 + 5 + 50} + 36 + 4 = \frac{2000}{90} + 40 = 62,2 \text{ Ом}$$



Мал. 11.4



Мал. 11.5

6. Визначаємо часткові струми.

Після згортання схема має вигляд (мал. 11.5), тому струм  $I''_2$  знаходимо за законом Ома:

$$I''_2 = E_2 / R; \quad I''_1 = 36 / 62,2 = 0,579 \text{ А}$$

Струми  $I''_1$  та  $I''_3$  знайдемо за правилом розкиду:

$$I''_1 = I''_2 \cdot R_3 / (R_1 + R_{i1} + R_3)$$

$$I''_3 = I''_1 \cdot (R_1 + R_{i1}) / (R_1 + R_{i1} + R_3)$$

$$I''_2 = 0,579 \cdot 50 / 90 = 0,322 \text{ А}$$

$$I''_3 = 0,579 \cdot 40 / 90 = 0,257 \text{ А}$$

7. Струми в вихідній схемі визначаємо алгебраїчною сумою часткових струмів:

$$I_1 = I''_1 - I''_2; \quad I_1 = 0,771 - 0,322 = 0,449 \text{ А}$$

$$I_2 = I''_2 - I''_2; \quad I_2 = 0,579 - 0,428 = 0,151 \text{ А}$$

$$I_3 = I''_3 + I''_3; \quad I_3 = 0,343 + 0,257 = 0,6 \text{ А}$$

8. Правильність розрахунків перевіряємо за балансом потужностей:

$$E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 = (R_1 + R_{i1}) \cdot I_1^2 + (R_2 + R_{i2}) \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2$$

$$48 \cdot 0,449 + 36 \cdot 0,151 = 21,552 + 5,436 = 26,98$$

$$(35+5) \cdot 0,449^2 + (36+4) \cdot 0,151^2 + 50 \cdot 0,6^2 = 8,064 + 0,912 + 18 = 26,98$$

$$26,98 \text{ Вт} = 26,98 \text{ Вт}$$

## ЛЕКЦІЯ № 11

### Розрахунок ЕК з двома вузлами методом вузлової напруги.

План:

1. Метод вузлової напруги.
2. Алгоритм розрахунку.
3. Приклад розрахунку.

Розрахунок складних електричних кіл методом вузлової напруги виконують в такій послідовності (алгоритм розрахунку):

1. В заданій схемі обирають напрям струмів в гілках.
2. Перетворюють джерела ЕРС в джерела струмів.
3. Нумерують вузли.
4. Обирають базисний вузол.
5. Обирають додатний напрям вузлових напруг – від незалежних вузлів до базисного.
6. Записують систему рівнянь у вигляді:

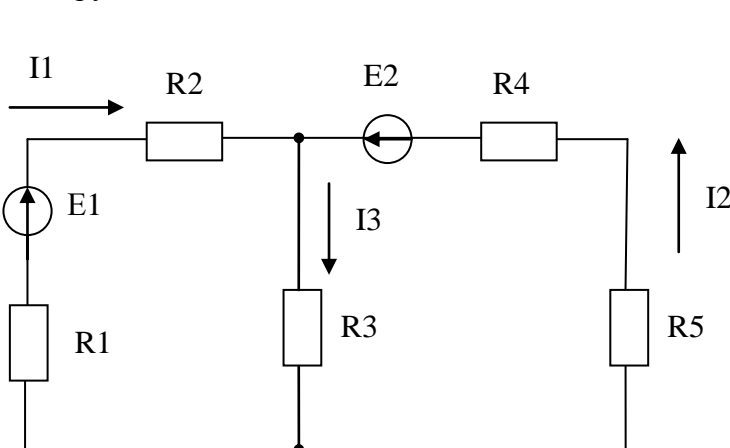
$$\begin{cases} G_{11}U_1 + G_{12}U_2 = J_1 \\ G_{21}U_1 + G_{22}U_2 = J_2 \end{cases}$$

де  $G_{11}$  – провідність елементів, які збігаються в 1 вузлі (завжди додатня);

$G_{12} = G_{21}$  – провідність елементів між 1 та 2 вузлами (завжди від’ємна).

7. Розв’язуючи систему рівнянь, знаходять величину вузлової напруги.
8. Визначають струми гілок.
9. Перевіряють розрахунок за балансом потужностей.

Приклад: для заданої схеми методом вузлової напруги визначити величини і напрям реальних струмів.



$$R1 = 1,5 \text{ Ом}$$

$$R2 = 0,5 \text{ Ом}$$

$$R3 = 4 \text{ Ом}$$

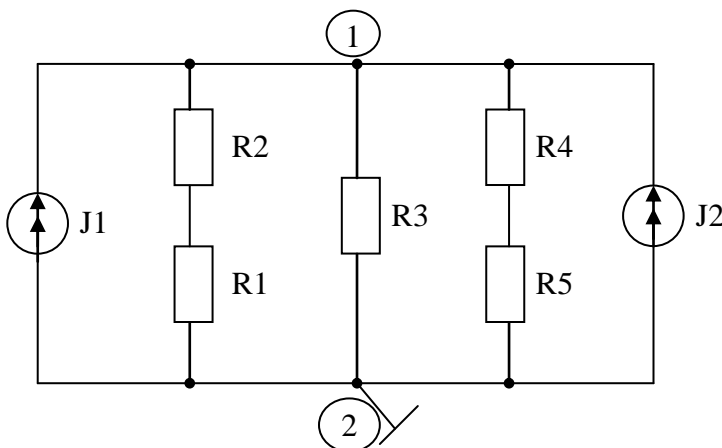
$$R4 = 1 \text{ Ом}$$

$$R5 = 1 \text{ Ом}$$

$$E1 = 40 \text{ В}$$

$$E2 = 30 \text{ В}$$

Перетворимо джерела ЕРС в джерела струмів:



$$J_1 = E_1 / (R_1 + R_2)$$

$$J_1 = 40 / 2 = 20 \text{ А}$$

$$J_2 = E_2 / (R_4 + R_5)$$

$$J_2 = 30 / 2 = 15 \text{ А}$$

Знайдемо величину вузлової напруги

$$G_{11} \cdot U_1 = J_1 \rightarrow U_1 = \frac{J_1}{G_{11}},$$

$$\text{де } J_1 = J_1 + J_2 = 20 + 15 = 35 \text{ А,}$$

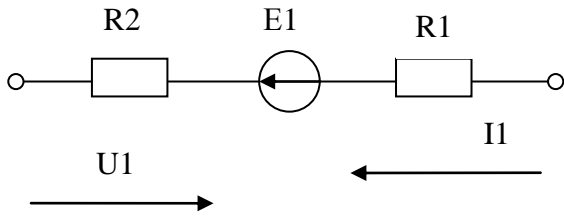
$$G_{11} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5},$$

$$G_{11} = 1/2 + 1/4 + 1/2 = 1,25 \text{ См}$$

$$U_1 = 35 / 1,25 = 28 \text{ В}$$

Знайдемо струми в гілках.

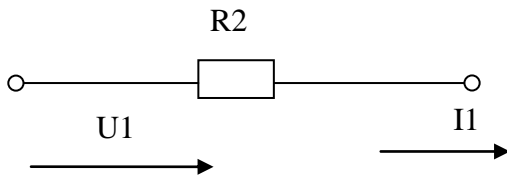
Струм першої гілки:



$$I_1 = \frac{E_1 - U_1}{R_2 + R_1};$$

$$I_1 = (40 - 28) / 2 = 6 \text{ A}$$

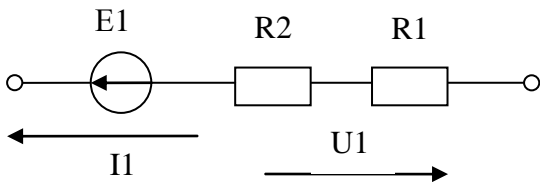
Струм другої гілки:



$$I_3 = U_1 / R_3;$$

$$I_3 = 28 / 4 = 7 \text{ A}$$

Струм третьої гілки:



$$I_2 = \frac{E_2 - U_1}{R_4 + R_5};$$

$$I_2 = (30 - 28) / 2 = 1 \text{ A}$$

Перевіряємо розрахунок за балансом потужностей:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = (R_1 + R_2) \cdot I_1^2 + R_3 \cdot I_3^2 + (R_4 + R_5) \cdot I_2^2$$

$$40 \cdot 6 + 30 \cdot 1 = 270 \text{ Вт}$$

$$2 \cdot 6^2 + 4 \cdot 7^2 + 2 \cdot 1^2 = 270 \text{ Вт}$$

$$270 \text{ Вт} = 270 \text{ Вт}$$

## ЛЕКЦІЯ № 12

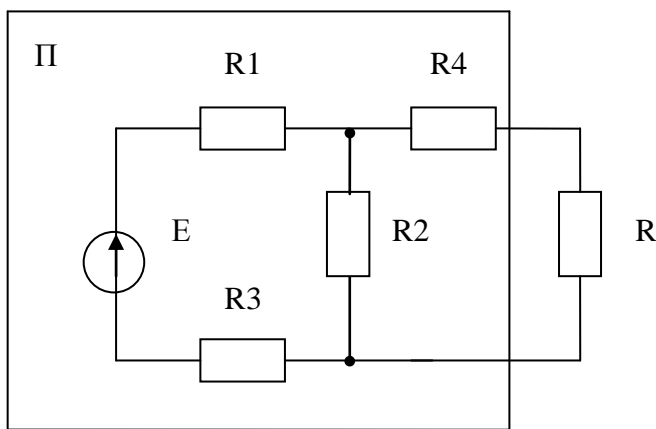
### Метод еквівалентного генератора.

План:

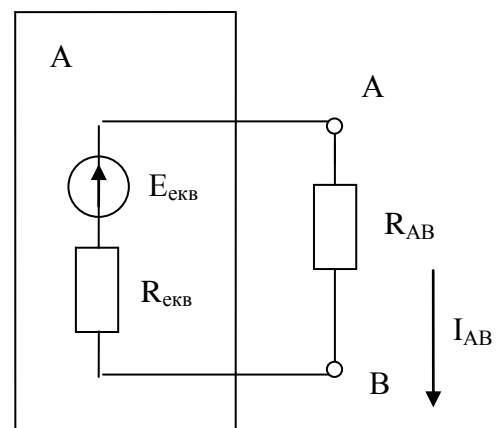
1. Застосування методу еквівалентного генератора.
2. Визначення ЕРС і внутрішнього опору еквівалентного генератора та струму в потрібній гілці.
3. Загальний алгоритм розрахунку.

Метод еквівалентного генератора застосовується тоді, коли треба визначити струм в одній вітці складного кола. Особливо цей метод ефективний, якщо опір цієї гілки змінюється, і при кожній зміні опору треба визначити величину струму (мал. 12.1).

Схема, яка містить джерело електричної енергії, резистори і провідники розглядається як деякий еквівалентний генератор з  $E_{ек}$  і внутрішнім опором  $R_{ек}$  (мал. 12.2). Таку схему вважають активним двополюсником.



Мал. 12.1



Мал. 12.2

**Активним двополюсником (А)** називають схему з джерелом електричної енергії, яка має два провідники для підключення зовнішнього опору навантаження. Якщо в схемі немає джерела електричної енергії, то двополюсник називається пасивним (П).

У розглядуваній схемі струм  $I$ , що проходить через  $R_{AB}$ , визначається за законом Ома:

$$I_{AB} = E_{ек} / (R_{ек} + R_{AB})$$

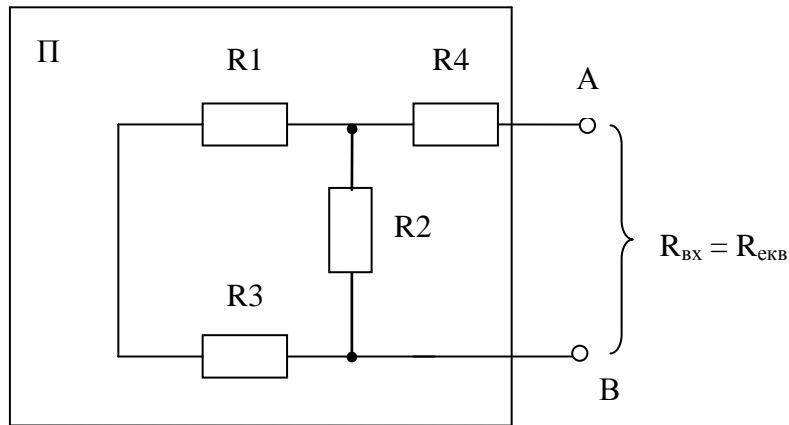
Таким чином, розв'язування задачі по визначенню струму  $I_{AB}$  зводиться до визначення ЕРС еквівалентного генератора і його внутрішнього опору, яке також називають входним опором активного двополюсника.

Величина  $E_{ек}$  активного двополюсника визначається при режимі холостого ходу еквівалентного генератора, тобто тоді, коли опір навантаження  $R_{AB}$  відключений. Напруга  $XX$  генератора на його затискачах А і В згідно схеми 1б дорівнює  $E_{ек}$ . Напругу  $XX$  можна виміряти, підключивши на затискачі А і В вольтметр, або розрахувати (мал. 12.3)

При  $XX$  струм через  $R_{AB}$  не проходить, а тому на ньому спаду напруги немає. На затискачах А і В матимемо різницю потенціалів, яка утворюється від спаду напруги на резисторі  $R_2$ :  $U_{XX} = I_2 R_2$ . Тоді

$$I_2 = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad U_{XX} = E_{ек} = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} R_2$$

Опір  $R_4$  на спад напруг не впливає, тому що при відключенні  $R_{AB}$  струм на опорі  $R_4$  також дорівнює нулю (мал. 12.3)



Мал. 12.3

Внутрішній опір еквівалентного генератора можна визначити так: до затискачів А і В замість  $R_{AB}$  підключити амперметр, який з малим опором утворить режим короткого замикання (КЗ), а прилад покаже величину його струму. Оскільки при короткому замиканні  $I_{K3} = E / R_i$ , то для еквівалентного генератора

$$I_{K3} = E_{ek} / R_{ek} \quad \text{звідки} \quad R_{ek} = E_{ek} / I_{K3},$$

де  $I_{K3}$  – струм, визначений амперметром.

Якщо струм  $I_{K3}$  великий, то послідовно з амперметром включають опір  $R_{AB}$ . Тоді  $R_{ek}$  визначається за формулою:

$$R_{ek} = (E_{ek} - U_{AB}) / I_{AB},$$

де  $I_{AB}$  – струм, визначений амперметром.

Розрахувати  $R_{ek}$  можна як вхідний опір двополюсника.

**Вхідним опором** називається опір, який утворює схема для підключення до неї джерела. При цьому вважають, що всі ЕРС активного двополюсника дорівнюють нулю, проте їх внутрішній опір враховується. Тоді активний двополюсник перетворюється в пасивний, і вхідний опір, або опір еквівалентного генератора, визначається як опір з боку затискачів А і В:

$$R_{ek} = \frac{(R_1 + R_i + R_3)R_2}{R_1 + R_i + R_3 + R_2} + R_4$$

Після визначення  $E_{ek}$  і  $R_{ek}$  за законом Ома знаходять струми, які проходять через опори, підключені до затискачів А і В.

**Загальна послідовність розрахунку електричних кіл методом еквівалентного генератора:**

1. Визначити, яка схема активного двополюсника включена в еквівалентний генератор, і зробити від нього з'єднання до затискачів А і В.
2. Якщо ділянка кола між затискачами А і В розімкнена (режим ХХ), визначити величину  $E_{ek}$  – ЕРС еквівалентного генератора.
3. При режимі ХХ і виключених ЕРС джерел знайти Внутрішній опір  $R_{ek}$  еквівалентного генератора.
4. Обчислити величини струмів, що проходять через резистори, підключені до затискачів А і В.

## ЛЕКЦІЯ № 13

### Магнітне поле постійного струму.

План:

1. МП постійного струму
2. Характеристики (індукція, напруженість, магнітна проникність середовища, магнітний потік, потокозчеплення), властивості, зображення магнітного поля.
3. Магнітні властивості речовини.
4. Намагнічування речовини.
5. Магнітний гістерезис.

#### **1. Характеристики, властивості, зображення магнітного поля.**

Досліди показали, що навколо провідників зі струмом і постійних магнітів існує **магнітне поле**, яке легко виявити за силовою дією, якою воно впливає на інші провідники зі струмом або постійні магніти.

**Магнітним полем** називається особливий вид матерії, який виникає навколо електричних зарядів, що рухаються, або навколо провідників зі струмом, і є посередником у їх взаємодії. Воно як матерія має масу та енергію.

МП постійних магнітів утворюється молекулярними струмами внаслідок руху електронів вздовж орбіт і обертанням їх навколо власних осей.

Електричне поле діє як на рухомі, так і на нерухомі електричні заряди. Магнітне поле діє лише на рухомі в цьому полі електричні заряди.

Силу дію магнітного поля в будь-якій його точці на заряджену частинку, що пролітає через цю точку, характеризують магнітною індукцією  $B$ .

#### **Властивості магнітного поля:**

1. Магніти та електромагніт притягають феромагнітні матеріали і виявляють відштовхуючу дію на діамагнітні матеріали.
2. МП виявляє силу дію на провідники з електричним струмом, які розміщено в ньому.
3. При перетинанні провідниками МП в них утворюється електрорушійна сила.
4. МП двох провідників із струмом виявляють притягання або відштовхуючу дію на провідники, залежно від напрямку струму в них.
5. Деякі матеріали в магнітному полі змінюють свої розміри. Це явище називають **магніострикцією**.

#### **Характеристики магнітного поля:**

**1. Магнітна проникність** – це величина, що характеризує властивість речовини намагнічуватися і створювати під дією сили МП власне МП. Магнітна проникність характеризує також здатність речовини посилювати чи послабляти МП, в якому вона знаходиться.

**Абсолютна магнітна проникність** виражається формулою:

$$\mu_a = \mu_0 \mu_r,$$

де  $\mu_0$  – магнітна проникність вакууму, практично – повітря,

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} \approx 125 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м};$$

$\mu_r$  – відносна магнітна проникність, вона показує у скільки разів магнітна проникність даної речовини більша або менша, ніж магнітна проникність вакууму.

**2. Напруженість МП ( $H$ )** – векторна величина, що характеризує інтенсивність МП у вакуумі (в повітрі).

МП мають намагнічуючу силу тим більшу, чим більша величина напруженості в точках МП.

**3. Магнітна індукція ( $B$ )** – векторна величина, яка характеризує інтенсивність МП будь-яких речовин.

Магнітна індукція і напруженість МП зв'язані між собою співвідношенням:

$$B = \mu_a H,$$

де  $B$  – магнітна індукція, Тл;

$\mu_a$  – абсолютна магнітна проникність, Гн/м;

$H$  – напруженість МП, А/м.

Для графічного зображення МП зручно користуватись лініями магнітної індукції. **Лініями магнітної індукції** називаються такі лінії, дотичні до яких в кожній точці збігаються з напрямком вектора  $B$  в цих точках поля. Лінії магнітного поля завжди замкнені.

**Напрямок ліній індукції магнітного поля струму визначається за правилом свердлика:** якщо вкручувати свердлик за напрямком руху струму в провіднику, то напрямок руху його рукоятки покаже напрям ліній магнітної індукції. Лінії магнітної індукції можна спостерігати за допомогою дрібних металевих ошурків, які в магнітному полі ведуть себе, як маленькі магнітні стрілки.

При розрахунку магнітних полів використовується поняття магнітної напруги ( $U_M$ ) між двома точками магнітної силової лінії (мал. 1)

$$U_M = H \cdot l_{1-2}$$



Магнітна напруга, обчислена по замкненому контуру, називається намагнічуючою силою або магніторушійною силою (МРС) і позначається  $F_M$ .

Намагнічуюча сила характеризує властивість струму утворювати магнітне поле. Закон повного струму, встановлений експериментально, стверджує, що намагнічуюча сила вздовж контуру дорівнює повному струму, який пронизує площу, обмежену цим контуром.

$$H \cdot l = \sum I$$

де  $H$  – напруженість магнітного поля вздовж контуру, А/м;

$l$  – довжина контуру, м;  $\sum I$  – повний струм, А.

Залежно від величини відносної магнітної проникності усі речовини поділяються на три групи: парамагнетики, діамагнетики, феромагнетики.

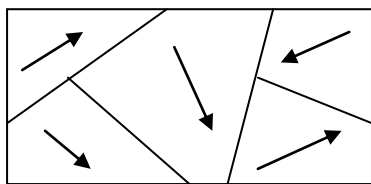
**Парамагнетиками** називають такі речовини, в яких відносна магнітна проникність більша за одиницю (повітря, алюміній, марганець, платина та ін.). В зовнішньому МП вони намагнічуються дуже слабо і тому неістотно підсилюють зовнішнє МП.

**Діамагнетиками** називають такі речовини, в яких відносна магнітна проникність менша за одиницю (мідь, срібло, графіт). Діамагнетики надто слабо намагнічуються і створюють слабе поле зворотного напрямку щодо зовнішнього поля, тому вони неістотно послаблюють зовнішнє МП.

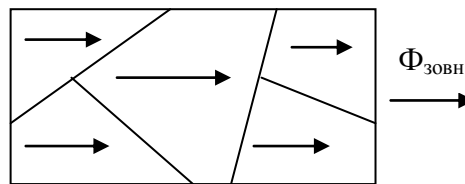
**Феромагнетиками** називають такі речовини, в яких відносна магнітна проникність значно більша за одиницю (сталь, кобальт, нікель та різноманітні сплави). Феромагнетики дуже добре намагнічуються, значно підсилюють зовнішнє МП, створюючи власне МП.

Феромагнетики складаються з дуже малих намагнічених ділянок, об'єм яких близько  $10^{-8}$  см<sup>3</sup>. Ці ділянки називаються **магнітними доменами** (мал. 13.1). У доменах елементарні кругові струми атомів орієнтовані в певному напрямку і створюють, завдяки цьому, магнітний момент. Електронна орбіта атома є елементарним круговим струмом, а отже, і елементарним магнітиком, що має елементарний магнітний момент. У звичайному куску сталі або іншого феромагнетика магнітні моменти окремих доменів мають різні напрями. Тому в цілому цей кусок не створює магнітного поля, тобто матеріал не намагнічений.

Якщо феромагнетик помістити в зовнішнє магнітне поле, то він намагнічується, оскільки вектори магнітних полів орієнтуються в напрямі зовнішнього магнітного поля (мал. 13.2). Феромагнетик створює власне магнітне поле, яке посилює напруженість зовнішнього магнітного поля і магнітну індукцію.



Мал. 13.1



Мал. 13.2

Магнітна індукція характеризує міру намагнічування феромагнетика.

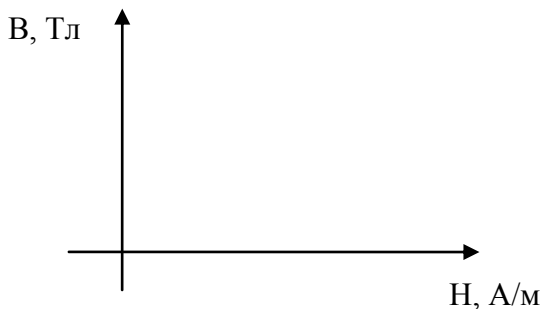
При невеликій напруженості зовнішнього магнітного поля всередині феромагнетика в магнітному полі орієнтується невелика кількість доменів, в яких вектори власних магнітних полів

мають напрям, близький до напрямку потоку зовнішнього магнітного поля, і феромагнетик слабо намагнічується, величина магнітної індукції невелика.

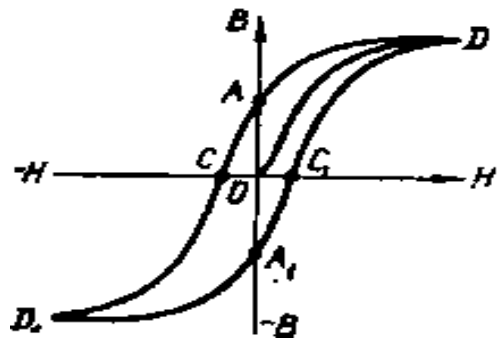
При збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля на нього орієнтується все більша кількість доменів, і магнітна індукція феромагнетика зростає. При подальшому збільшенні напруженості всі домени орієнтуються за напрямом зовнішнього магнітного поля, після чого магнітна індукція  $B$  не буде помітно зростати. Це явище називається **магнітним насиченням**. Потім магнітна індукція зростатиме тільки за рахунок напруженості зовнішнього магнітного поля  $B = \mu_0 H$ , а це величина дуже мала, оскільки  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ .

Описаний процес ілюструється графіком, що являє собою криві намагнічування для різних феромагнетиків (мал. 13.3). Крива намагнічування зображує залежність магнітної індукції від напруженості магнітного поля.

Якщо зразок магнітного матеріалу намагнічувати, неперервно збільшуючи напруженість магнітного поля, то магнітна індукція теж буде неперервно збільшуватися по кривій початкового намагнічування (крива OD на мал. 13.4). При зменшенні напруженості магнітного поля теж буде зменшуватися. Але зменшення відбуватиметься не вздовж основної кривої намагнічування OD, а вздовж кривої DA, що знаходиться вище від основної. Якщо напруженість магнітного поля зменшиться до нуля, то магнітна індукція не зменшиться до нуля, а становитиме деяку величину (відрізок OA на мал. 13.4). Це пояснюється тим, що дезорієнтуються не всі домени феромагнетика. Частина доменів, що залишились орієнтованими, створюють величину магнітної індукції  $B_r$ , яку називають **залишковою**.



Мал. 13.3



Мал. 13.4

Магнітна індукція, що зберігається у феромагнетика, коли відсутнє зовнішнє магнітне поле, називається **залишковою магнітною індукцією**  $B_r$  (відрізки OA і OA<sub>1</sub> на мал. 13.4).

Для розмагнічення матеріалу треба, щоб напруженість магнітного поля змінила свій напрям на зворотній ( $-H$ ). При цій напруженості (відрізок OC на мал. 13.4) усі домени дезорієнтовані, і осердя розмагнічується. Залишкова магнітна індукція зменшиться до нуля. **Напруженість магнітного поля, необхідну для повного розмагнічування осердя, називають коерцитивною або затримуючою силою** (відрізки OC і OC<sub>1</sub> на мал. 13.4).

При подальшому зростанні напруженості  $-H$  домени орієнтуються в протилежному напрямі вздовж кривої CD<sub>1</sub>.

При зменшенні напруженості до нуля, осердя розмагнічується, але не повністю — зберігається залишкова магнітна індукція  $-B_r$  (відрізок OA<sub>1</sub> на мал. 13.4).

Якщо знову змінити полярність і збільшувати напруженість до величини, відповідній відрізку OC<sub>1</sub>, то остаточна магнітна індукція зменшиться до нуля, і осердя розмагнітиться вздовж кривої A<sub>1</sub>C<sub>1</sub>. При наступному зростанні струму і напруженості магнітного поля осердя знову намагнітиться вздовж кривої C<sub>1</sub>B. Отже, крива перемагнічування осердя замикається і має вигляд петлі.

З цього процесу випливає, що зміна магнітної індукції відстає від зміни напруженості магнітного поля. Коли напруженість досягне нуля, магнітна індукція нулю не дорівнюватиме.

**Явище запізнення зміни магнітної індукції від зміни напруженості магнітного поля називають магнітним гістерезисом.**

Замкнену криву залежності магнітної індукції від напруженості магнітного поля за два цикла (намагнічування і розмагнічування) називають петлею гістерезису.



У колах змінного струму, де безперервно відбувається зміна величини і напрямку струму в котушках з феромагнітними осердями, це осердя перемагнічується, енергія витрачається на повороти доменів у осердях, які й нагріваються. Витрати потужності, зв'язані з гістерезисом, називаються *витратами на гістерезис* і вимірюються в Дж/мЗ. *Площа петлі гістерезису дорівнює величині цих витрат за два цикли перемагнічування феромагнітного осердя.*

Для оцінки форми гістерезисної петлі застосовують характеристику – *коефіцієнт гістерезисної петлі*  $K_H$ , який розраховується по петлі гістерезису.

$$K_H = V_r / V_M$$

де  $V_r$  – залишкова магнітна індукція;  $V_M$  – максимальна індукція (мал. 13.4)

Чим більша величина  $K_H$ , тим більш прямокутна петля гістерезису. У магнітних матеріалів, які застосовуються для запам'ятовуючих пристроїв в електронних обчислювальних машинах,  $K_H = 0,96 - 0,98$ .

Феромагнетики з великою коерцитивною силою і великим залишковим магнетизмом називають *магніто-твердими*. Вони мають велику площу петлі гістерезису і використовуються для виготовлення постійних магнітів.

Феромагнетики з малою коерцитивною силою називають *магніто-м'якими*. Вони мають вузьку петлю гістерезису і використовуються в колах змінного струму для осердь котушок, трансформаторів, електричних машин і апаратів.

## ЛЕКЦІЯ №14

### Електромагнітна індукція.

План:

1. ЕРС, що індукується у провіднику, який рухається у МП.
2. Закон електромагнітної індукції.
3. Правило Ленца.
4. ЕРС самоіндукції та взаємоіндукції.

У 1831 році англійський фізик М. Фарадей експериментально відкрив важливе явище, яке стало широко використовуватись в техніці.

Якщо провідник рухати в магнітному полі так, щоб він перетинав магнітні силові лінії, то на його кінцях виникає різниця потенціалів. Це пояснюється тим, що кожний вільний електрон провідника, рухаючись разом з провідником, створює своєрідний елементарний електричний струм у просторі. При цьому виникає взаємодія елементарних струмів з магнітним полем і виникає механічна сила, що штовхає вільні електрони провідника до його кінця.

Сили, що діють на електрони, які рухаються в магнітному полі, були відкриті голландським фізиком Г.А. Лоренцом.

Вона визначається за формулою:

$$F = eBv\sin\alpha$$

де  $F$  – сила Лоренцо,  $e$  – заряд електрона,  $B$  – магнітна індукція,  $v$  – швидкість руху електрона,  $\alpha$  – кут між напрямом руху електрона і напрямом магнітної індукції поля.

Під впливом сил Лоренцо, діючих на провідник, що рухається, на кінці А утворюється надмір електронів, тобто негативний потенціал, а на кінці Б – недостача електронів, тобто позитивний потенціал. Так виникає електрорушійна сила, яка називається індукованою.

**Явищем електромагнітної індукції називається виникнення ЕРС у провіднику при перетинанні провідником магнітних силових ліній або при зміні величини магнітного потоку, пронизуючого контур.**

**Напрямок індукованої ЕРС** у провіднику, що рухається в магнітному полі, визначається за правилом правої руки: якщо долоню правої руки розмістити в магнітному полі так, щоб магнітні силові лінії входили в долоню, а відігнутий великий палець був напрямлений у бік руху провідника, то випрямлені чотири пальці покажуть напрям ЕРС, індукованої у провіднику.

**Для визначення напрямку ЕРС, індукованої в контурі або в котушці**, що виникає при зміні магнітного потоку в них, використовується **правило Ленца**: індукована ЕРС завжди напрямлена так, що своїм струмом і магнітним потоком протидіє причині, що її викликала.

Якщо визначити полярність котушки від індукційного струму, то легко **визначити напрям струму**. Для цього користуються **правилом накладання правої руки на котушку**: якщо долоню правої руки розмістити так, щоб великий палець був напрямлений у бік північного полюса котушки, то випрямлені чотири пальці покажуть напрям індукційного струму у витках котушки.

Величина індукованої ЕРС при переміщенні провідника в магнітному полі визначається за формулою

$$e = Blv \sin\alpha$$

$e$  – індукована ЕРС, В;  $v$  – швидкість руху провідника, м/с;  $l$  – довжина провідника, м;  $\alpha$  – кут між напрямом вектора магнітної індукції і напрямом руху провідника, градус.

Коли індукована ЕРС виникає в контурі або в середині котушки за рахунок магнітного потоку, що змінюється, то величина ЕРС залежить від швидкості зміни магнітного потоку і визначається за формулою

$$e = - \frac{d\Phi}{dt},$$

де  $e$  – індукована ЕРС, В;  $d\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$  – приріст магнітного потоку, Вб;  $dt = t_1 - t_2$  – приріст часу;  $d\Phi / dt$  – швидкість зміни магнітного потоку, вб/с.

Знак «мінус» відображує фізичну суть правила Ленца, тобто протидію індукованої ЕРС причині, що її викликала.

Взагалі електромагнітна індукція – це явище перетворення механічної енергії в електричну.

Якщо через котушку проходить струм, то утворюється магнітний потік  $\Phi$ , зчеплений з витками котушки  $N$ . Якщо всі магнітні лінії зчеплені з усіма витками котушки, то потокозчеплення виражається формулою:  $\psi = N\Phi$ , де  $\psi$  – потокозчеплення, Вб.

Якщо магнітний потік змінюється, то зміна потокозчеплення визначається так:  $d\psi = Nd\Phi$   
Тоді індуквану ЕРС можна виразити через потокозчеплення:

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d\psi}{dt}$$

Закон електромагнітної індукції виражається так:

*Електрорушійна сила, що індукується в замкненому контурі при зміні зчепленого з ним магнітного потоку, дорівнює швидкості зміни потокозчеплення.*

Якщо за допомогою потенціометра змінювати напругу, що подається на тороїдну котушку, то під час зміни величини струму в обмотці котушки змінюється магнітний потік, і тому в котушці індукватиметься ЕРС, що називається ЕРС самоіндукції.

*Самоіндукцією називається явище виникнення в провіднику або в котушці електрорушійної сили, яка утворюється внаслідок зміни власного струму і створеного ним магнітного потоку.*

Явище самоіндукції — це окремий випадок електромагнітної індукції, воно спостерігається в усіх електричних колах, де змінюється величина струму. В колах змінного струму ЕРС самоіндукції виникає безперервно, а в колах постійного струму — тільки в трьох випадках, а саме:

– при замиканні кола, оскільки струм у колі зростає від нуля до деякої величини, що визначається за законом Ома;

– при розмиканні кола, оскільки струм зменшується від існуючої величини до нуля;

– при зміні величини струму за допомогою реостата або потенціометра.

Напрямок ЕРС самоіндукції визначається за правилом Ленца, тобто при збільшенні величини струму в колі виникає ЕРС самоіндукції, протилежна за напрямом до струму, так, що протидіє його зростанню, яке є причиною виникнення ЕРС.

Для визначення величини ЕРС самоіндукції користуються формулою, за якою визначається величина ЕРС електромагнітної індукції, що виникає у котушці при зміні магнітного потоку:

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

Згідно із законом Ома для магнітного кола постійного струму

$$\Phi = \frac{IN \mu_a S}{l}$$

Для змінного струму формула має вигляд:

$$d\Phi = \frac{diN \mu_a S}{l},$$

де  $di$  – приріст струму,  $d\Phi$  – приріст магнітного потоку.

Підставимо значення  $d\Phi$  у формулу для  $e$ :

$$e = -N \frac{diN \mu_a S}{ldt}$$

Звідси дістанемо формулу для визначення величини ЕРС самоіндукції у котушці:

$$e_L = - \frac{N^2 \mu_a S}{l} \cdot \frac{di}{dt},$$

де  $e_L$  – ЕРС самоіндукції, В;  $N$  – кількість витків котушки;  $\mu_a$  – абсолютна магнітна проникність, Гн/м;  $S$  – площа поперечного перерізу котушки, м<sup>2</sup>;  $l$  – довжина котушки, м;  $di/dt$  – швидкість зміни струму в котушці, А/с.

У формулі для  $e_L$  величина  $N^2 \mu_a S / l$  є сталою, позначається буквою  $L$  і називається *коефіцієнтом самоіндукції або індуктивністю*. Одиницею індуктивності є Генрі (Гн).

ЕРС самоіндукції у котушці визначається за формулою:

$$e_L = -L \frac{di}{dt}$$

Звідси величина ЕРС самоіндукції прямо пропорційна швидкості зміни струму та індуктивності котушки.

В системі магніто-зв'язаних котушок ЕРС, що виникає у витках другої котушки від зміни магнітного потоку першої котушки, називається ЕРС взаємоіндукції.

*Явище виникнення ЕРС в провідниках, розміщених поблизу інших провідників, по яких проходить змінний у часі електричний струм, називається взаємоіндукцією.* ЕРС взаємоіндукції утворюватиметься також при замиканні та розмиканні кола першої котушки тому, що при цьому теж відбувається зміна струму і його магнітного потоку від нуля до сталої величини і від сталої величини до нуля.

Явище електромагнітної індукції широко застосовується у техніці, наприклад на електростанціях в генераторах великої потужності, які перетворюють механічну енергію в електричну. Це явище застосовують також у пристроях, що працюють з досить малими потужностями (звукознімачі електропрогравачів, які забезпечують відтворення грампластинок; магнітофони; електродинамічні мікрофони). Потужності, що розвиваються у цих пристроях, вимірюються долями мікват.